



Orijinal Araştırma / Original Research

KAZI ARINI SINIRI OPTİMİZASYONU İÇİN GELİŞTİRİLEN YÖNTEMLER VE ÖRNEK BİR UYGULAMA

THE DEVELOPED METHODS FOR STOPE BOUNDARY OPTIMISATION AND A RELEVANT CASE-STUDY

Gamze Erdogan Erten^{a,*}, Mahmut Yavuz^{a,**}

^a Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Maden Mühendisliği Bölümü, Eskişehir, TÜRKİYE

Geliş Tarihi / Received : 26 Mart / March 2018
Kabul Tarihi / Accepted : 29 Haziran / June 2018

ÖZ

Anahtar Sözcükler:

Yeraltı madenciliği,
Optimizasyon,
Algoritmalar,
Sezgisel yaklaşım,
Kazı arını sınırı optimizasyonu.

Kazı arını sınırı optimizasyonu, yeraltı maden planlama ve tasarım sürecindeki optimizasyon çalışmalarının başlangıç noktası olarak düşünülmekte ve mümkün olan en iyi kazı arını düzenini; madenin işletme, jeoteknik ve fiziksel kısıtlamalarını hesaba katarak seçip, ekonomik kârın en üst düzeye çıkarılmasına odaklanmaktadır. Son 20-25 yıldır dikkat çekmeye başlayan bu alan için çok sayıda algoritma ve teknik geliştirilmiş olmakla birlikte, bunlar açık ocak madenciliği için yapılan çalışmalarının oldukça gerisinde kalmıştır. Bu makale, öncelikle kazı arını sınır optimizasyonu için günümüze kadar geliştirilen yöntemler üzerine ayrıntılı bir literatür analizi yapmakta, ardından bir cevher kütlesi modeli üzerinde seçilen bir algoritmanın uygulanmasını göstermektedir. Bu çalışmadan elde edilen sonuçlar, şimdiye kadar kazı arını sınırlarının optimizasyonu için geliştirilmiş yöntemlerin hiçbirinin, henüz üç boyutta (3D) tam optimum sonuçları garanti edemediğini, çoğunun sezgisel birer yöntem olarak kaldığını göstermektedir.

ABSTRACT

Keywords:

Underground mining,
Optimisation,
Algorithms,
Heuristics,
Stope boundary optimisation.

The stope boundary optimisation which could be considered as a starting point for the underground planning and design optimisation process focuses on maximizing the economic profit by selecting the best possible stope layout by considering operational, geotechnical and physical constraints. Although the numerous algorithms and techniques have been developed for this area, which has received attention for the last 20-25 years, they have been far behind the studies of open pit mining. This article first analyses the literature on the methods developed for the stope boundary optimization in detail, and then demonstrates the implementation of a selected algorithm on an actual ore body model. Results show that none of the methods developed for the stope boundary optimization up to now have could yet guaranteed the exact optimum results in three dimensions (3D) and most of them remained as a heuristic method.

* Sorumlu yazar: Gamze Erdogan Erten: erdoğan@ogu.edu.tr • <https://orcid.org/0000-0001-9481-4256>

Bu makalenin tüm yayın hakları TMMOB Maden Mühendisleri Odası'na aittir © 2018 /

Copyright © 2018 Published by UCTEA Chamber of Mining Engineers of Turkey. All rights reserved.

GİRİŞ

Günümüzde açık ocak maden tasarımlarını modellemek ve optimize etmek için geliştirilen yöntemlerin verimli bir şekilde kullanıldığı bilinmektedir. Yeraltı maden tasarımlarının optimizasyonu da benzer bir potansiyele sahip olmasına rağmen bu alan; uygulamada farklı yeraltı madencilik yöntemlerinde karşılaşılan farklı problemlerden, sondaj maliyetlerinden (dolayısıyla cevher kütlesi verilerinin eksikliğinden), yeraltı madencilik temelinde yatan karmaşıklıklardan ve açık ocak madencilik yöntemlerinin daha yaygın olarak kullanılmasından dolayı çok gelişmemiştir (Little vd., 2012). Yine de son çalışmalar bu konuda akademik camianın bir ilerleme arayışında olduğunu göstermektedir. Ancak ülkemizde bu konuyla ilgili herhangi bir çalışma henüz yapılmamıştır.

Genel anlamda bir yeraltı maden projesinin bazı sıralı adımları takip ettiği bilinmektedir. Cevherin bulunduğu olası alanlar jeolojik gözlemler ile belirlendikten sonra sondaj çalışmaları ile cevherleşme ayrıntılı olarak modellenmeye çalışılmaktadır. Buradan sonra yatağın nasıl işletileceğini ise rezervlerin büyüklüğü, derinliği, jeolojisi, jeoteknik özellikleri ve çıkarılacak madenlerin ekonomik pazarı belirlemektedir.

Yeraltı ocağında uygulanacak olan madencilik yöntemine ilişkin bir mühendislik kararı verildikten sonra, sondaj temel verilerinden geliştirilen kaynak model analiz edilerek, kazı arınlarının konumları ve geometrileri belli bir doğrulukta belirlenebilmektedir. Kazı arınlarının yeri belirlendiğinde, bu konumlardan cevher erişim noktaları, ardından yeraltı hazırlık işlemleri ve üretimin programlanması yapılabilmektedir. Nitekim yeraltı maden planlama ve tasarım optimizasyonu için şimdiye kadar yapılan çalışmalar temelde; kazı arını sınırının optimizasyonu (*stope boundary optimisation*), hazırlık işlemlerinin optimizasyonu (*underground development optimisation*) ve üretimin planlaması optimizasyonu (*underground scheduling optimisation*) olmak üzere üç temel başlık altında toplanmıştır (Sens ve Topal, 2009).

Bunlardan üretimin planlaması optimizasyonu; üretim yöntemi, kazı arını boyutu, eğim, doğrultu, duraylılık gibi birçok sınırlamayı temel olarak kazı arınlarının belirli bir sırada çıkarılmasını belirleyen işlemler olarak tanımlanabilmektedir. Bu optimizasyon alanı genellikle madenin Net Bugünkü Değeri'nin en büyüklenmesi veya üretim hedefle-

rinden sapmaların en küçüklenmesi gibi amaçlara göre yürütülmektedir (Kuchta vd., 2004). Bu optimizasyon süreçleri sırasında temelde iki ana kısıt vardır. Bunlar kaynak kısıtları ve öncelik kısıtlarıdır. Kaynak kısıtları, kullanılabilir bir kaynak için bir zaman periyodunda yürütülen faaliyetlerin sayısını sınırlamakta, öncelik kısıtları ise belirlenen bir faaliyetin öncesinde tamamlanması gereken faaliyetlerin sırasını belirlemektedir (O'Sullivan ve Newman, 2014). Üretimin planlaması optimizasyonunda Trout (1995)' un çok kısıtlı problemleri ele alan Karma Tamsayı Programlama (*Mixed Integer Programming*) modelini kullanmasının ardından, bu alanda yapılan çalışmaların çoğunda bu modelin kullanıldığı görülmektedir (Winkler, 1996; Carlyle ve Eaves, 2001; Topal, 2003; Nehring ve Topal, 2006; Little, 2007; Nehring vd., 2012). Ancak bu çalışmalar genellikle özel maden alanlarıyla sınırlı kalmış ve çok az sayıda endüstriyel uygulamada kullanılmıştır. Günümüzde ticari ulaşılabilirliği olan kapsamlı bir yaklaşım henüz geliştirilmemiştir. Yeraltı madenlerinin üretim planlaması halen tüm zaman planlama kurallarının birleşiminin yarattığı karmaşıklığı çözemeyen ve optimal sonuçları garanti edemeyen klasik yöntemlerle sürdürülmektedir (Little vd., 2013).

Hazırlık faaliyetlerinin optimizasyon araştırmaları ise temel olarak maliyetleri en aza indirmeye odaklanmaktadır. Başka bir ifadeyle, yeraltında elverişli çözüm alanlarının üzerinde bir maliyet fonksiyonunu optimize etmeye çalışmaktadır. Bu nokta da probleme önerilen analitik çözümler genellikle şebeke optimizasyon (*network optimization*) modelini kullanmaktadır. Bir maden hazırlık şebekesi genel olarak yatay galerileri, eğimli rampaları ve düşey kuyuları içermektedir. Bu şebekeyi belirleyecek ana tasarım genel olarak, cevher çekme noktalarına ulaşımı ve çıkarılan cevheri yeryüzünde bulunan cevher hazırlama tesislerine ulaştıracak nakliye yollarını sağlamayı amaçlamaktadır. Burada cevher çekme noktaları ve yüzey başlangıç noktaları, kazı arınlarının tasarımlarından sonra tahmin edilebilmektedir (Brazil ve Thomas, 2007).

Galerilerin ve açılan ocak içi yolların hem yapım hem de nakliye maliyetleri tüm maden harcamaları içerisinde çok önemli bir bölümü oluşturmaktadır. Bu yüzden rampaların ve galerilerin tasarımı ile bağlantılı maliyetlerin en aza indirgenmesi, madenin ekonomik verimliliği üzerinde çok büyük öneme sahiptir (Brazil vd., 2002). Buna

rağmen yeraltı üretimlerinin hazırlık faaliyetlerinin optimizasyonu ile ilgili yapılan çalışmalar sınırlı sayıda olup halen gelişme aşamasındadır. İlk olarak Lee (1989), yeraltı maden tasarımlarının hazırlık maliyetlerinin üç boyutlu modellenmesi ve optimize edilmesi üzerine şebeke optimizasyonu tabanlı bazı sezgisel yaklaşımlar ortaya koymuştur. Bunu temel olarak sırayla; Brazil ve arkadaşlarının (1998), (2001), (2002), (2005), ve Brazil ve Thomas (2007)'in çalışmaları takip etmiştir.

Son olarak; yeraltı maden tasarımında kullanılan bu iki alanın başlangıç noktası olarak da kabul edilen kazı arını sınırının optimizasyonun, maden projelerinin ekonomisi üzerinde doğrudan bir etkiye sahip olduğu bilinmektedir. Burada kazı arını, basitçe cevherin kazıldığı yeraltı açıklığı olarak tanımlanabilmektedir. Kazı arını sınırı optimizasyonu, minimum ve maksimum kazı arını boyutu, kabul edilebilir kazı arını şekilleri ve yönleri ve topuk genişlikleri üzerinde boyutsal kısıtlamalarını göz önüne almaktadır. Ayrıca, kazı arınlarında bulunan cevher miktarı; madencilik, nakliye, cevher hazırlama ve pazarlama maliyetlerini ve kazı arınına erişmek için gerekli olan ilgili maden hazırlıklarını kapsamaya yeterli olmalıdır. Bu makalede kazı arını sınırı optimizasyonu için şimdiye kadar yapılan çalışmalar detaylı bir şekilde incelemiş ve Sens ve Topal'ın (2009) geliştirdiği sezgisel algoritma bir altın yatağı üzerinde uygulanıp, sonuçları tartışılmıştır.

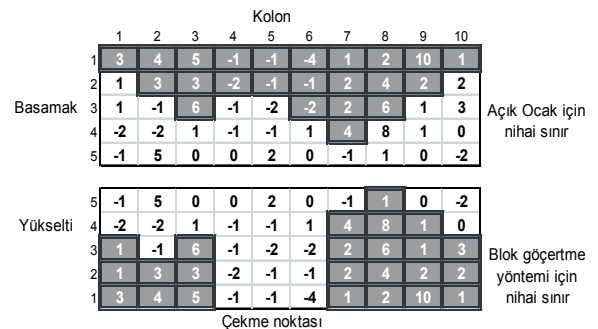
1. KAZI ARINI SINIRI OPTİMİZASYONU

Genel amacı çıkarılacak cevher kütlesinden elde edilen ekonomik sonuçları en üst düzeyde tutmak olan ve yeraltı maden planlama sürecinde kritik bir rol oynayan kazı arını sınırının optimizasyonu için şimdiye kadar geliştirilen yöntemler; kesin (*rigorous*) ve sezgisel (*heuristic*) olmak üzere iki kategoriye ayrılmaktadır (Ataee-Pour, 2005). Kesin yöntemler matematiksel kanıtlarla desteklenmekte ve yeterli zaman verilirse bulacağı çözümler genellikle optimal olmaktadır. Ayrıca kesin yöntemler genellikle kısmi tabanlı olup bir pano veya cevher kütlesinin yalnızca bir bölümüne uygulanabilmektedir. Öte yandan sezgisel yöntemler optimal çözümleri üretmeyi garanti edemekte sadece yaklaşık çözümler bulabilmektedir. Bununla birlikte sezgisel yöntemler, cevher kütlesinin tamamına uygulanabilmektedir. Takip eden bölümde bu iki sınıfa ait şimdiye kadar yapılmış önemli yöntemler sırayla anlatılmıştır.

1.1. Kesin (Rigorous) Yöntemler

1.1.1. Dinamik Programlama Çözümü

Riddle (1977) blok göçertmeli madencilik yöntemlerinde optimum kazı arını sınırlarını tanımlamak için dinamik programlama tabanlı bir çözüm önermiştir. Bu yaklaşım yeraltı maden üretim sınırlarını optimize eden ilk girişimlerden biridir ve nihai açık ocak sınır optimizasyonu için geliştirilen bir algoritmanın (Johnson ve Sharp, 1971) yeniden düzenlenmiş halidir. Açık ocak yönteminde, madencilik yüzeydeki bloklardan başlamakta ve tek-blok adımlar halinde ilerletilmektedir. Blok göçertme yönteminde ise madencilik, bir kazı arını kenarı içerisinde herhangi bir yükseklikten başlatılabilmektedir. Bu başlangıç noktası yatay olarak değişmektedir. Ayrıca bu yöntemde kazı yüksekliği çekme kontrolü ile (açık ocaktaki şev açısı yerine) sağlanmaktadır. Bunlara ek olarak sınır kesmeler bir bölge boyunca birkaç konumda tanımlanmaktadır, böylece değersiz alanlar taban taşı olarak bırakılmaktadır. Şekil 1, aynı blok model örneği için açık ocak ve blok göçertme yöntemleriyle optimize edilmiş optimum nihai sınırları göstermektedir.



Şekil 1. Açık ocak ve Blok göçertme yöntemlerinin karşılaştırılması (Riddle, 1977)

Bu çözüm optimizasyonun başlangıcında hiç taban taşı olmadığını varsaymakta ve maksimum kâr herhangi bir taban taşı tasarımı olmaksızın elde etmektedir. Daha sonra, bölge tanımlanan bir taban taşı ile ayrılmakta ve madencilik yapılacak ve yapılmayacak bölgelerin tüm elverişli kombinasyonları incelenmektedir. Eğer elde edilen kâr, başlangıçta hiç taban taşı yokken varsayılan maksimum kârdan daha yüksek veya eşitse işlemlere devam edilmektedir. Bu durum artık daha kârlı veya daha elverişli taban taşı durumu kalmayınca kadar devam ettirilmektedir (Riddle

1977). Ancak yaklaşımın yalnızca iki boyutta ve blok göçertme yönteminde çözüm bulabilme dezavantajı bulunmaktadır.

1.1.2. Jeostatistiksel Yaklaşım

Deraisme vd. (1984) tarafından ortaya koyulan yaklaşımda, Jeostatistiksel yöntemler aracılığıyla yatağın iki boyutlu sayısal modelinin oluşturulması ve kazılabilir cevher sınırının tanımlanabilmesi amaçlanmıştır. Bu yaklaşımda koşullu benzetim ile oluşturulan veriler, üç farklı yeraltı madencilik yöntemi (Kes-Doldur, Ara-katlı Kazı ve Karma Ara-katlı Kazı) için seçimliliği, üretilebilirliği ve karlılığı karşılaştırmak ve işletilebilir cevherin ana hatlarını tanımlamak üzere ele alınmıştır. Burada matematiksel biçimbilim (*mathematical morphology*) içerisinde bulunan “imge dönüştürme” teknikleri ile (Serra, 1982) sınır tenör değeri üzerinde bulunan cevher bloklarının imgeleri, kazı arını geometri kısıtlarını sağlayan imgelere (yeraltı üretim yönteminin belirlediği) dönüştürülerek optimum sonuçlar bulunmaya çalışılmaktadır. Yaklaşımın en büyük avantajı tenör belirsizliğini optimizasyon aşamasına katabiliyor olmasıdır. Ancak yöntem, yalnızca kazı arını geometrisini kontrol etmekte bunların ekonomik kârını dikkate almamaktadır. Dahası iki boyutlu çözüm üretmekte ve belli madencilik yöntemleriyle sınırlı kalmaktadır.

1.1.3. Dal ve sınır (*Branch and Bound*) Algoritması

Kazı arını düzenin belirlenmesi için “Dal ve Sınır Algoritması”nın kullanılması Ovanic ve Young (1995) tarafından ortaya konulmuştur. Yazarlar optimum kazı arını sınırını madenin başlangıç ve bitiş (blokların her dizininde) konumlarını optimize ederek geliştirmişlerdir. Bu iki konumun belirlenebilmesi için, blokların her dizininde iki parçalı doğrusal kümülatif fonksiyonlar kullanılmıştır. Fonksiyonlardan ilki başlangıç konumunu, ikincisi ise bitiş konumunu optimize etmekte ve bu iki fonksiyon modelin her dizininde blokların kümülatif ekonomik değerleri hesaplamaktadır. Daha sonra kümülatif değerler her satırda maksimize edilmeye çalışılmaktadır. Bu optimizasyon için “Tıp-İki Özel Sıralı Setler” (*Type - Two Special Ordered Sets*) olarak bilinen karma tamsayı programlama tekniğinden yararlanılmaktadır. Dal ve sınır algoritmasında blokların tüm halde değerlendirilme zorunluluğu bulunmamakta, bloklar parçalı halde

nihai tasarıma katılabilmektedir. Böylece bloklar jeolojik değişkenlikleri ve düzensizleri takip edilebilmektedir. Ancak, algoritma madencilik yönü boyunca tek boyutta modellenen dezavantajını taşımaktadır.

1.1.4. Şebeke Akış (*Network Flow*) Algoritması

Bai ve arkadaşları (2013) yeraltı kazı arını optimizasyonu için grafik teorisi ve şebeke akış (*network flow*) yöntemini temel alan ve ara katlı kazı yönteminde uygulanmış bir algoritma geliştirmişlerdir. Algoritmada öncelikle serbest yüzey olarak düşünülen başyukarının geliştirileceği bir başlangıç konumu ve kapsamı belirlenmekte, ardından belirlenmiş konum etrafında silindirik bir koordinat sistemi tanıtılmaktadır. Silindirik sistem; tavan ve taban taşı eğimindeki jeoteknik kısıtları sağlamak için maden blokları arasındaki öncelik bağlantılarını kurmaktadır. Daha sonra kazı arını karı, başyukarının konum ve yüksekliğinin bir fonksiyonu olarak optimize edilmeye ve sonunda başyukarılar için en iyi konum ve yükseklik tespit edilmeye çalışılmaktadır. Algoritmanın performansı hareketli kazı arını algoritmasıyla karşılaştırılmış ve daha iyi sonuçların bulunduğu gözlenmiştir. Buna rağmen, algoritmanın daha geniş çaplı cevher kütlelerinde ve diğer maden üretim yöntemlerinde kullanılabilmesi için genişletilmesi ve bunlara uyarlanması gerekmektedir. Dahası, algoritma düşey başyukarı ile kısıtlanmaktadır bu da gerçekte çoğunlukla görülen eğimli yataklarda, yüksek oranda seyrelmelere neden olacaktır.

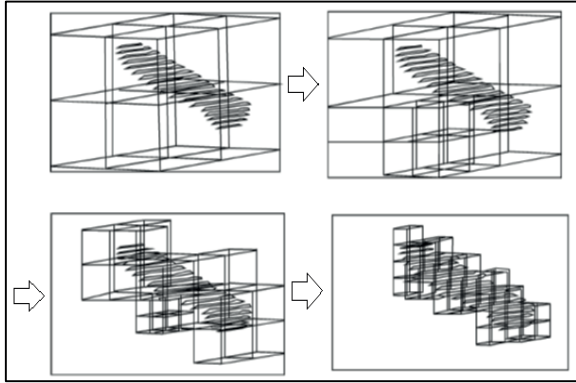
1.2. Sezgisel (*Heuristic*) Yöntemler

1.2.1. Sekizli Ağaç Bölme (*Octree Division*) Algoritması

Cheimanoff vd. (1989) tarafından geliştirilen “Sekizli Ağaç Bölme Algoritması”, üç boyutta cevherin işletilebilir hacimlerini tanımlamaktadır. Algoritma öncelikle; sondaj verileri, jeostatistiksel analiz verileri ve jeolojik nesnelere şekilleri gibi bilgileri bir araya getirmektedir. Toplanan veriler daha sonra, jeolojik kaynakları ekonomik değerlendirmelere dayanarak rezervlere dönüştüren geometrik bir model oluşturmak için kullanılmaktadır. Son olarak algoritma rezervleri daha sonraki ekonomik değerlendirmeler için alt hacimlere ayırmaktadır.

Bu algoritma, değerlendirmelerinde blok modelden ziyade damar birleştirme (*vein amalgamation*) olarak adlandırılan bir işlem kullanılarak oluşturulan bir set yatay kesit kullanmaktadır. Damar birleştirmenin etrafını işletilebilir büyük bir başlangıç hacmi ile sarılmakta ve bu hacim alt sekiz hacme bölünmektedir. Daha sonra bu alt hacimler değerlendirilmekte (ekonomik ve hacimsel olarak) ve nihai işletilebilir blokta kalmasına, çıkarılmasına ya da bölünüp tekrar değerlendirilmesine karar verilmektedir.

Şekil 2'de algoritmanın bir uygulaması gösterilmektedir. Sekizlik ağaç bölümü algoritması kazı arını geometrisi için üç boyutta sezgisel bir sonuç sağlayabilmektedir. Ancak algoritma, alt hacimlerin birbiriyle olan ilişkisini düşünmediğinden nihai maden tasarımının daha fazla pasa içermesine neden olmaktadır. Bundan ziyade, algoritma en uygun maden tasarımını garanti etmemekte ve kazı arını tavan ve taban taşı eğimlerini gibi önemli maden kısıtlamalarını dikkate almamaktadır.

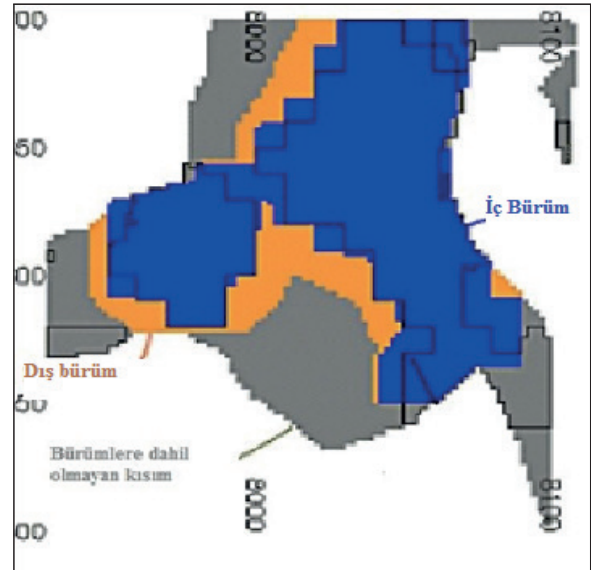


Şekil 2. Alt hacim değerlendirme aşamalarının başarılı bir şekilde takip edildiği bir örnek (Cheimanoff vd., 1989)

1.2.2. Hareketli Kazı Arını (*Floating Slope*) Algoritması

"Hareketli Kazı Arını Algoritması", Alford (1995) tarafından geliştirilmiştir ve DATAMINE adlı yazılım programında ticari ulaşılabilirliği (MRO tasarım aracı vasıtasıyla) bulunmaktadır. Algoritmanın tasarımı, açık ocak optimizasyonları için geliştirilmiş hareketli koni (*Floating Cone*) yönteminin benzeridir. Hareketli kazı arını algoritması, optimizasyonun başında bir sınır tenör ve baş tenöre (*head grade*), ayrıca minimum kazı arını boyutlarının tanımlanmasına ihtiyaç duymaktadır.

Algoritma daha sonra en yüksek değere sahip kazı arını konumunu bulmak için bir kazı arını şeklini blok model boyunca hareket ettirmekte ve alternatif tüm kazı arınıları bu yolla belirlenmektedir. Kazı arını şeklinin hareket ettirilmesi işlemi esnasında iç ve dış olarak ifade edilen iki bürüm (*envelope*) tanımlanmaktadır. İç bürüm sınır tenör üzerindeki en iyi tenör değerli kazı arını şekillerinin birliği olarak ifade edilmektedir. Dış bürüm ise sınır tenör üzerindeki her bloğun olası tüm kazı arını konumlarının birleşimidir. Nihai kazı arını iç bürüm olduğunda yakın olması, dış bürüm ve içi bürüm sınırları arasında yer alması istenmektedir. Şekil 3' de iç ve dış bürümler kesit üzerinde bir örnek ile gösterilmektedir.



Şekil 3. Tek bir bloğa ait iç ve dış bürüm

Algoritma, maden tasarımları için üç boyutlu bir değerlendirme sağlasa da blokların paylaşıldığı üst üste örtüşen çok sayıda kazı arını oluşturmaktadır. Fiziksel olarak bir blok birden fazla kazı arınına dâhil olamayacağından, bu blokların el yordamı ile nihai sınırlardan çıkarılması gerekebilmektedir; buda yaklaşımın sezgisel bir yöntem olarak değerlendirilmesine neden olmaktadır.

1.2.3. Çok Geçişli Hareketli Kazı Arını Algoritması (*Multiple Pass Floating Slope Algorithm*)

Hareketli kazı arını algoritmasının eksiklerini gidermek ve Datamine yazılımının işlevselliğini arttırmak amacıyla Cawrse (2001) "Çok Geçişli

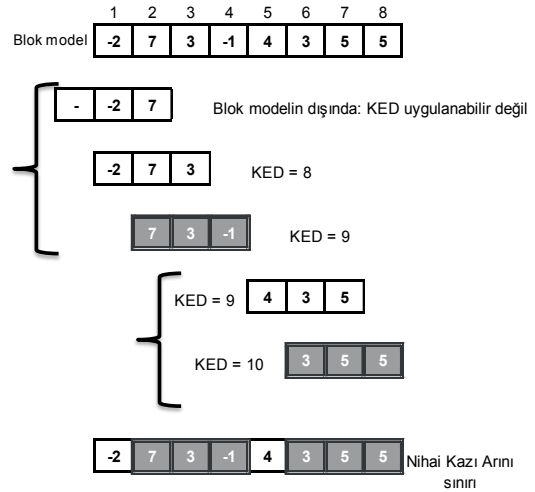
Hareketli Kazı Arını” algoritmasını geliştirmiştir. Algoritma, Hareketli Kazı Arını algoritmasından farklı olarak çoklu optimizasyon işlemleri uygulamakta, böylece daha fazla bürüm oluşturulmasına izin vermektedir. Bu yöntemde, girdi parametreleri kullanıcı tarafından tanımlanmakta ve örneğin baş tenör, sınır tenör, maksimum pasa gibi sayısız parametre setine sahip olabilmektedir. Girdi parametrelerinin tanımlanmasının ardından, algoritma her bir parametre seti için ekonomik bürümler oluşturmaktadır. Oluşturulan bürümler cevher kütlesi hakkında ekstra bilgi sağlamaktadır. Bu bilgi tasarımcıların maden tasarım süreci boyunca kullanılabilirliği gibi, maden tasarımlarının verimliliğini ve dolayısıyla kârlılığını geliştirmeye de yardımcı olacaktır. Buna rağmen geliştirilen bu yöntem “Hareketli Kazı Arını” algoritmasının dezavantajlarını ortadan kaldırmamıştır (Cawrse, 2007).

1.2.4. Maksimum Değerli Komşuluk (Maximum Neighbourhood Value) Algoritması

Ataee-Pour (2000), kazı arını sınırlarını üç boyutta optimize etmek amacıyla “Maksimum Değerli Komşuluk Algoritması (MVN)” olarak adlandırılan sezgisel bir algoritma geliştirmiştir. MVN algoritması cevher kütlesinin üç boyutlu ekonomik blok modeli üzerinde çalışmakta ve belirli jeoteknik ve madencilik kısıtları (minimum kazı arını boyutu gibi) altında blokların en iyi kombinasyonunu, maksimum net ekonomik değeri sağlamak amacıyla aramaktadır. Algoritmada madencilik kısıtlamalarını sağlamak için kazılabilecek ardışık bloklardan oluşan set, komşuluk düzenini ifade etmektedir. Optimizasyon aşamasında, bir bloğun en uygun komşuluğunu belirlemek için, her Komşuluğun Ekonomik Değeri (KED) hesaplanmakta ve bu hesaplardan bir komşuluk değer seti oluşturulmaktadır. Daha sonra bu komşuluk değerleri maksimum komşuluk değerini bulmak için birbiriyle karşılaştırılmaktadır. Son olarak belirlenen maksimum KED, kazı arınına dâhil edilip üyeleri “1” olarak işaretlenmektedir.

Şekil 4’ de algoritmanın uygulanmasına dair bir boyutlu örnek gösterilmektedir. Bu örnekte komşuluk düzeni sayısı üç olarak alınmış, böylece her blok için üç mümkün komşuluk değerlendirilmiştir. Değerlendirmede, ilk blok negatif olduğundan ikinci bloğa geçilmiş ve bu blok için KED değerleri

hesaplanmıştır. Bunların arasından üçüncü komşuluk en yüksek değere sahip olduğundan işaretlenerek kazı arını sınırına dâhil edilmiştir. Ardından, 2. , 3. ve 4. bloklar işaretlenmiş olduğundan 5. bloğa geçilmiş ve burada ikinci komşuluk en yüksek değere sahip olduğundan onu oluşturan bloklar işaretlenerek kazı arını sınırına dâhil edilmiştir. Son adımdan sonra artık incelenen blok kalmadığından işaretlenmiş bloklarla nihai bir kazı arını sınırı çizilmiştir.



Şekil 4. Maksimum Değerli Komşuluk algoritmasının örnek bir uygulaması

Maksimum Değerli Komşuluk algoritması, Minesight yazılımı içerisinde uygulanabilmektedir. Hareketli Kazı Arını algoritmasındaki kazı arınlarının üst üste örtüşmesi probleminin bu algoritmada giderildiği görülmektedir. Ancak algoritmada başlangıç noktası değiştirildiğinde, aynı cevher kütlesi için nihai kazı arını sınırlarının düzeni değişmektedir. Ayrıca, MVN algoritması sabit bir blok model kullanılmaktadır. Bu model kazı arını boyutlarını temel alan kazı arını maliyet faktörlerini incelememekte, yalnızca blokların tek tek olan maliyetlerini hesaba katabilmektedir.

1.2.5. Sens ve Topal Sezgisel Yaklaşımı

Sens ve Topal (2009), kazı arını sınırının optimizasyonu için sezgisel bir yaklaşım ortaya koymuşlardır. Algoritmanın optimizasyon işlemleri için öncelikle birden fazla blok boyutu içeren blok model, blokların tek bir boyutta olduğu modele çevrilmiştir. Daha sonra dönüştürülmüş bu modele ek olarak farklı kazı arını boyut aralıkları,

cevher fiyatları, metre küp başına madencilik maliyetleri ve kazı arını üretimine başlatma maliyeti algoritmada girdi parametresi olarak ele almaktadır.

Kazı arınının optimizasyonunda, öncelikle mevcut en küçük kazı arını, blok model boyunca hareket ettirilmekte ve olası her konumda bir değer hesaplanmaktadır. Daha sonra bu hesaplamalardan, pozitif değerli kazı arınlarının konumları ve gelirlerini içeren bir kazı arını listesi oluşturulmaktadır. Ardından bir sonraki en büyük kazı arını boyutuna geçilip aynı işlemler tekrarlanmaktadır. Bu işlemler tüm farklı kazı arını boyutları değerlendirilinceye kadar devam etmektedir. Buradan sonra oluşturulan listeden, en yüksek değerli kazı arınından başlaması gibi, farklı seçim ölçütleriyle maksimum karı verecek bir kazı arını düzeni seçilmektedir. Burada bir kazı arını seçildikten sonra bu arına dâhil olan bloklar, tekrar seçilmemek üzere kazı arını listesinden kaldırılmaktadır. Ardından listeden bir diğer mevcut en iyi kazı arını seçilmekte ve bu kazı arınına dâhil blokların işaretlenip işaretlenmediği, kazı arını listeden kaldırılıp kaldırılmadığı kontrol edilip nihai kazı arını tablosuna eklenmektedir. Son olarak görselleştirme aracıyla tüm kazı arınlarının nihai sınırının üç boyutlu modeli çıkarılmaktadır.

Bu algoritma, tek sabit bir kazı arını boyutu veya bir dizi kazı arını boyutu kullanarak optimizasyon işlemini gerçekleştirebilmektedir. Ayrıca en uygun kazı arını boyutunu bulup buna göre kazı arınlarının sınırını da oluşturabilmektedir. Maksimum Değerli Komşuluk Algoritması gibi üst üste örtüşen kazı arınları da oluşturmamaktadır. Ancak, yaklaşım kazı arınları kullanıcının tercih sırasına göre, örneğin kazı arını kâr değerlerinin azalacak sırada olduğu durumda seçilebilmektedir. Bu da kazı arını tasarımlarının tüm kombinasyonlarının hesaba katılmamasına neden olmaktadır.

Topal ve Sens (2010), kazı arını seçim sırasını kullanıcının tercihine bırakmasından dolayı oluşan dezavantajı gidermek için, önceki çalışmalarına (Sens ve Topal, 2009) yeni bir kısıt daha eklemiştir. Bir önceki çalışmada farklı kısıtlara göre kazı arınlarını seçmeden önce, olası her kazı arınının etrafında bir bürüm (envelope) oluşturmuşlar ve bu bürümlere ait ortalama bir değer hesaplamışlardır. Geliştirilmiş yeni çalışmada kazı arınlarını seçilirken, artık onun en yüksek ortalama

bürüm değerine sahip olup olmadığı da kontrol edilmiştir. Seçim esnasında ortalama bürüm değerinin kullanılmasında, algoritmanın optimum kazı arını kombinasyonu seçmesine yardımcı olması amaçlanmıştır.

1.2.6. Sandanayake vd. Sezgisel Yaklaşımı

Kazı arını sınırını üç boyutta optimize etmek amacıyla Sandanayake vd. (2015 a, 2015 b) tarafından sezgisel bir algoritma geliştirilmiştir. Bu algoritma fiziksel ve jeoteknik kısıtlamalar altında, kazı arını tasarımının ekonomik değerini en büyükle-yen tek bir çözüm bulmayı hedeflemektedir. Algoritmada ilk adım; blok modeli, eşit boyutlu bloklar içeren bir modele dönüştürmektedir. Daha sonra bu jeolojik model, verilen ekonomik parametreler ile bir ekonomik blok modele dönüştürülmektedir. Üçüncü adımda ekonomik blok model girdi olarak kullanılarak, istenilen kazı arını boyutlarında olası tüm kazı arınlarının seti oluşturulmakta ve bu kazı arınlarına ekonomik değer, öz kütle, tenör gibi özellikler atamaktadır. Daha sonra, olası tüm kazı arınları değerlendirilmekte ve negatif değerli kazı arınlarını hesaplamalardan çıkararak bir set pozitif değerli kazı arını oluşturmaktadır.

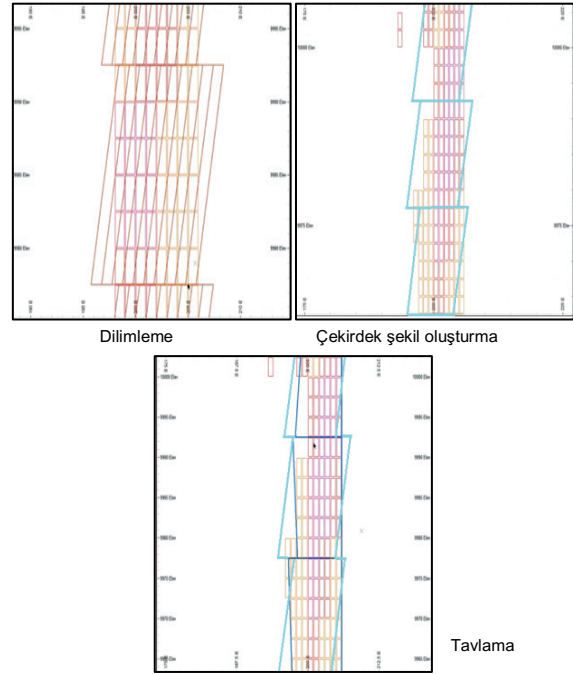
Algoritma bundan sonraki adımda pozitif değerli kazı arınlarının seti üzerinde, verilen maden senaryoları için kazı arınlarının üst üste örtüşmediği farklı çözümler üretmektedir. Son olarak olası çözümler arasından en yüksek ekonomik değerli olanı seçmekte ve bu seçimi görselleştirmektedir. Burada ele alınan maden senaryoları; değişken boyutlardaki kazı arınlarının, maden üretim katlarının, topukların tasarımını içermektedir. Bunlara ek olarak algoritma, optimizasyon işlemi tamamlandıktan sonra kazı arını şekillendirici olarak adlandırılan bir süreç ile nihai şekli düzenleyebilmektedir (Sandayaneke, 2014). Bu sezgisel yaklaşım, değişken kazı arını boyutlarını, topukları hesaba katarak veya katmayarak ele almakta, tek ve örtüşmeyen kazı arınları düzeni oluşturmaya çalışmaktadır. Ancak, en uygun çözümü bulmak için algoritmanın tüm olası tek kombinasyonları değerlendirmesi gerekmektedir. Değerlendirme geniş ölçekteki uygulamalarda önemli ölçüde bilgisayar gücü gerektirmekte olup, algoritmanın en uygun çözümleri daha geniş veri setlerinde bulmasını sınırlamaktadır (Erdoğan vd., 2017).

1.3. MSO (Mineable Shape Optimiser) Tasarım Aracı

Bu bölüme kadar bahsedilen kesin ve sezgisel yöntemlerin yanı sıra, DATAMINE yazılımının geliştirdiği MSO (Mineable Shape Optimiser) tasarım aracı da kazı arını sınırlarının optimize edilebilmesi üzerine çalışmalar yürütmektedir. İşletilebilir maden bölgelerinin optimizasyonunu yapan bu tasarım aracı, maden kaynağının ekonomik değer (veya tenör) ve yoğunluk değerlerini sağlayan bir blok modeli girdi olarak kullanmakta, ardından sunduğu farklı optimizasyon yöntemlerinden birini (sınır tenör değer optimizasyonu, ekonomik değer optimizasyonu vb.) bu model üzerinde uygulamaktadır. MSO tasarım aracı öncelikle blok modeli kullanarak birbirini takip eden kesitlerde, tavanda dört ve tabanda dört nokta ile tanımlanan dizgiler oluşturmakta ve bu dizgileri birbirine bağlayarak bir tel kafes şekli çıkarmaktadır. Bu şekil blok model boyunca, içerisinde işletilebilir cevher şekillerinin oluşturulacağı hacmi tanımlamakta ve taslak şekil olarak adlandırılmaktadır.

Taslak şekil oluşturulurken cevher kütlelerinin eğim ve doğrultu bilgilerini içeren yönlenme ayarları yapılmakta ve kabul edilen kat ve kesit aralığı (kazı arını yüksekliği ve genişliğini) tanımlanmaktadır. Ardından taslak şekil içerisinde kazı arınının yaklaşık boyutu, konumu ve temel şekli (çekirdek şekil - seed shape) kullanıcı tarafından ayarlanan bazı tasarım sınırlarına göre oluşturulmaktadır. Bu çekirdek şekil, cevher kütlelerinin bahsedilen eğim ve doğrultusu boyunca atanmış dilimler kullanılarak oluşturulmaktadır.

MSO sınır tenörün üzerinde, dilimlerin optimal birleşiminden çekirdek şekilleri oluşturmayı hedefler ancak bu şekiller oldukça basit ve yalnızca potansiyel kazı arınları ve topuklarını tanımlayabilmektedir. Bu yüzden çekirdek şekillere tavlama (annealing) olarak bilinen bir benzetim yöntemi uygulanarak, bu şekiller kazı ve topuk geometri sınırlarına uyan nihai kazı arını şekillerine dönüştürülmektedir. Burada sabit kazı arını yüksekliği ve kazı arını boyu dikkate alınarak köşe noktaları hareket ettirilmekte ve sınır tenör değerini yakalayan en büyük kazı arını şekli aranmaktadır. Şekil 5' de tipik bir dilimleme, çekirdek şekli oluşturma ve tavlama işlemleri örnek kesit üzerinde gösterilmektedir.



Şekil 5. Dilimleme, çekirdek şekli oluşturma ve tavlama işlemlerine ait örnekler

Bu tasarım aracı tavan ve taban taşı eğimlerine, kazı arını genişliklerine, paralel kazı arınları arasındaki topuk kısıtları gibi birçok sınırlamanın tanımlanmasına izin veren oldukça detaylı bir optimizasyon işlemidir. Daha önemlisi bu optimizasyon aracı masif, dikey ve düşey yataklar için çözümler sağlayabilmektedir. Ancak yöntem maden planlama ve tasarım işlemlerinin en başında bir sınır tenör belirlenmesini gerektirir, bu durum algoritmanın kullanımını zorlaştırmaktadır. Bu bağlamda MSO direk final kazı arını tasarımında kullanılmaktansa, maden tasarım işlemleri esnasında bir rehber olarak kullanılmalıdır (Wang ve Webber, 2012).

2. ÖRNEK BİR OPTİMİZASYON YÖNTEMİNİN UYGULAMASI

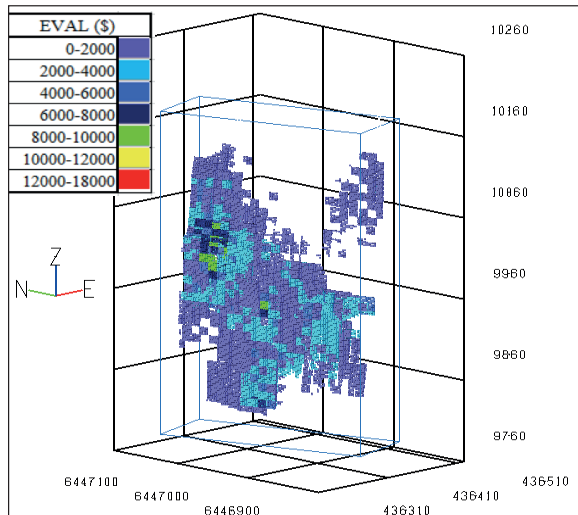
Önceki bölümlerde bahsedilen birçok algoritmadan Sens ve Topal (2009) tarafından geliştirilen sezgisel yaklaşım, Ara-Katlı Kazı yöntemi ile üretilen bir altın yatağının blok model verisi üzerinde uygulanmıştır. Bunun için 3.00 GHz ve 4.00 GB RAM ile çalışan bir Intel çift çekirdekli işlemci kullanılmıştır.

2.1. Çalışılan Blok Modelin Özellikleri

İncelenen blok modelde blokların tamamı aynı boyutta olmak üzere, sırasıyla X, Y ve Z yönünde $1 \times 2,5 \times 2,5$ m' dir. Yeraltı madenlerinin optimizasyonları üzerine şimdiye kadar geliştirilen çalışmaların çoğu, yatağı oluşturan her cevherin tenör değerinden ziyade seçilen tek bir tenör değeri üzerinde çalışmaları yürütebilmektedir. Bu çalışma kapsamında cevher yatağını için oluşturulan her blok için, dört farklı metal tenör değerinin (altın, gümüş, çinko ve kurşun) tek bir tenör değeriyle ifade edildiği altın eşdeğer tenörü (EQUAU) hesaplanmıştır. Ardından, algoritmanın uygulanması için bu jeolojik blok model, ekonomik blok modele dönüştürülmüştür. Ekonomik blok modelin hesabı için EQUAU ve yürütülen maden projesinin ekonomik değerlerinden yararlanılmıştır. Oluşturulan ekonomik blok modelde, blokların ekonomik değerleri (EVAL) -1458,99 AUD\$ ile 17796,375 AUD\$ arasında değişiklik göstermektedir (Şekil 6).

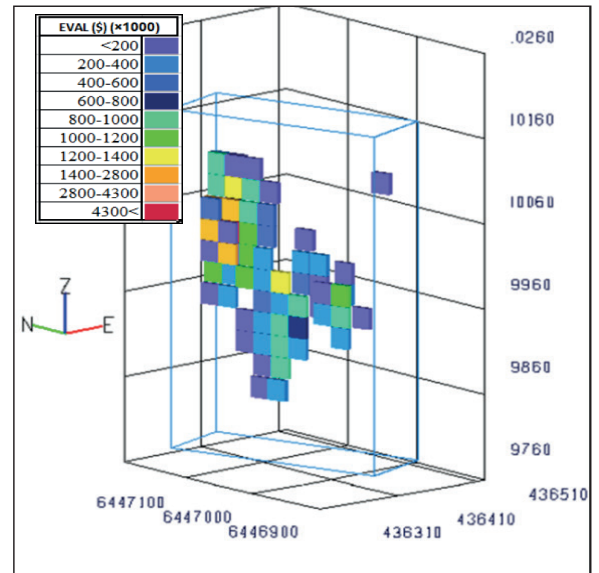
2.2. Sens ve Topal (2009) Sezgisel yaklaşımının uygulanması

Sens ve Topal (2009) sezgisel yaklaşımı optimizasyon işlemlerine farklı boyuttaki blokların tek bir boyuta dönüştürülmesi süreciyle başlasa da, incelenen blok model zaten düzenli boyuttaki bloklardan oluştuğundan bu adım atlanmış ve optimizasyonda yatağın ekonomik blok modeli kullanılmıştır. Ardından en önemli girdi parametresi



Şekil 6. Ekonomik değeri 0' dan büyük olan blokların gösterildiği üç boyutlu ekonomik blok model

olarak X, Y ve Z yönünde sırayla $6 \text{ m} \times 20 \text{ m} \times 25 \text{ m}$ olmak üzere sabit kazı arını boyutları ele alınmıştır. Optimizasyon esnasında bu kazı arını blok model boyunca hareket ettirilmiş ve pozitif değerli kazı arınlarının konumları ve gelirlerini içeren bir kazı arını listesi oluşturulmuştur. Daha sonra bu listeden kazı arınları, kâr değerlerinin azalacağı bir sırada seçilmiş ve sonuçlar Minesight yazılımı aracılığı ile görselleştirilmiştir. Yaklaşımın üç boyutlu çıktısı Şekil 7' de, kazı arınlarının ekonomik değerleri ile birlikte görülebilmektedir. Bunun yanında algoritma, 66 noktaya kazı arını yerleştirmenin (toplam 447 817 tonluk bir bölge) uygun olacağı sonucuna varmıştır. Ayrıca optimizasyon işlemlerini 10 saniyede tamamlamış ve belirlediği kazı arını düzeninden elde edilecek karı 43 666 673 AUD olarak hesaplamıştır.



Şekil 7. Sens ve Topal yaklaşımı sonuçlarının, kazı arınlarının ekonomik değerleri ile birlikte üç boyutlu görüntüsü

Algoritma verilen girdi parametreleri ile en ekonomik olduğunu düşündüğü bölgenin etrafında bir sınır oluşturmaya çalışırken sezgisel yöntemlerden yararlanmaktadır. Ayrıca, yaklaşımın nihai sınırı oluşturmak için kazı arınlarını kullanıcının tercih sırasına göre seçmesi, sonuçların optimum olduğunu söylemeye engel olmaktadır. Bunun yanında, algoritma pratik madencilik kısıtlarından yalnızca farklı kazı arını boyutlarını tanımlayabilmekte, diğer bir çok parametreyi hesaba katamamaktadır (Erdoğan, G., 2017).

3. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yeraltı maden tasarımlarının günümüzde genellikle planlama mühendislerin tecrübelerine ve yargılarına dayanan klasik yöntemlerle yürütüldüğü bilinmektedir. Bu yöntemler, sonuçlarına uzun bir deneme yanılma sürecinin ardından ve çoğunlukla tüm koşulları dikkate alamadan ulaşabilmektedir. Bu dezavantajların önüne geçmek için de optimizasyon yöntemlerine ve yazılımlarına olan talep giderek artmaktadır. Bu çalışmada, yeni yeni dikkat çekmeye başlayan yeraltı maden planlama ve tasarlama süreciyle ilgili şuna kadar yapılan çalışmalardan kısaca bahsedilip, kazı arını sınırı optimizasyonu yöntemleri kesin ve sezgisel olmak üzere iki kategoride toplanarak, detaylı bir şekilde anlatılmıştır.

Burada kesin yöntemlerin çözümlerinin optimal olduğu söylenebilir de, bunların genellikle üç boyutlu problemlerde başarısız kaldığı görülmektedir. Öte yandan sezgisel yöntemler problemleri üç boyutta ele alabilmekte; ancak sonuçları genellikle optimal olmamaktadır. Bu yüzden, üç boyutlu kazı arını sınırı optimizasyonunda kazı arını boyut değişkenliğini, topuk ve katların tasarımını tanımlayabilen; ayrıca tavan ve taban taşı eğimi, cevher doğrultu ve dalımı (eğimini), kazı arını yüzeylerindeki seyrelme kısıtları gibi birçok madencilik kısıtını aynı anda ele alabilen kesin bir algoritmaya (aynı zamanda bir yazılıma) olan ihtiyaç halen devam etmektedir. İlerleyen yıllarda bu konuda yapılacak optimizasyon çalışmalarının, açık ocak madenciliğinde elde edilebilmiş optimum sonuçları yakalayabilmesi hedeflenmelidir.

Bu çalışmanın ikinci kısmında Sens ve Topal (2009) sezgisel yaklaşımının bir maden verisi üzerine uygulanması gösterilmektedir. Bahsedilen yaklaşım, üst üste örtüşmeyen ekonomik bir kazı arını seti oluşturabilmiştir; ancak optimizasyon esnasında birçok madencilik kısıtını dikkate almadığından ve kazı arının düzenin seçimini kullanıcının tercih sırasına bıraktığından, sonuçların optimum olmadığı ortaya konmuştur. Bundan sonraki çalışmalarda, şunda her biri ayrı ayrı optimize edilmeye çalışılan ancak birbiri üzerinde etkisi olan kazı arını sınırının optimizasyonu, üretimin planlanması optimizasyonu ve hazırlık işlemlerinin optimizasyonu entegre edilebilmelidir. Entegre edilmiş bir optimizasyonda, sonuçların optimuma daha yakın olacağı düşünülmektedir.

Nitekim Little ve arkadaşlarının (2013) kazı arını sınırı ve üretimin planlanmasını optimizasyonları bir arada düşündükleri çalışmada daha ekonomik sonuçlar elde edildiği gözlenmiştir.

Bunların yanında ülkemizde yeraltı üretim yöntemlerine optimizasyon çalışmalarının uygulanması ve algoritmaların geliştirilmesi, doğal kaynakların etkin şekilde kullanılmasına ve madencilik sırasında ortaya çıkan maliyetlerin azaltılmasına büyük ölçüde katkı sağlayacaktır.

TEŞEKKÜR

Bu çalışma Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Komisyonu tarafından 201415A107 numaralı proje ile desteklenmiştir.

KAYNAKLAR

Alford, C., 1995. Optimisation in Underground Mine Design, 25th Application of Computers and Operations Research in The Mineral Industry, The Australian Institute of Mining and Metallurgy, pp. 213-218.

Ataee-Pour, M., 2000. A Heuristic Algorithm to Optimize Stope Boundaries, PhD thesis, University of Wollongong, Australia, pp. (2) 24-60, (3) 18-36.

Ataee-Pour, M., 2005. A Critical Survey of the Existing Stope Layout Optimization Techniques, Journal of Mining Science, 41(5):447-466.

Bai, X., Marcotte, D., Simon, R., 2013. Underground Stope Optimization with Network Flow Method, Computer and Geoscience, (52), pp. 361-371.

Brazil, M., Thomas, D.A., Weng, J.F., 1998. Gradient-Constrained Minimal Steiner Trees, DIMACS: Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science, 40: 23-38.

Brazil, M., Rubinstein, J. H., Thomas, D. A., Weng J. F., Wormald, N. C., 2001. Gradient-Constrained Minimum Networks. I. Fundamentals, Journal of Global Optimization, 21 (2):139-155.

Brazil, M., Lee D.H., Rubinstein, J. H., Thomas, D.A., Weng, J.F., , 2002. Optimisation in the Design of Underground Mine Access, The Transactions of the South African Institute of Electrical Engineers, 93(2): 97-103.

- Brazil, M., Thomas, D.A., Weng, J.F., Lee, D.H., Rubinstein, J.H., 2005. Cost Optimization for Underground Mining Networks, *Optimization and Engineering*, 6(2): 241–256.
- Brazil, M., Thomas, D.A., 2007. Network Optimisation for the Design of Underground Mines, *Networks*, 49: 40–50.
- Carlyle, M., Eaves, 2001. Underground Planning at Stillwater Mining Company, *Interfaces*, 31(4): 50-60.
- Cawrse, I, 2001. Multiple Pass Floating Stope Process, 4th Biennial Strategic Mine Planning Conference, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne, pp. 87-94.
- Cawrse, I., 2007. Multiple Pass Floating Stope Process, Strategic Mine Planning Conference, Perth, Australia, pp. 87–94.
- Cheimanoff, N. M., Deliac, E. P., Mallet, J. L., 1989. GEOCAD : An Alternative CAD and Artificial Intelligence Tool that Helps Moving From Geological Resources to Mineable Reserves, 21st Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry : 21st International APCOM Symposium, pp. 471-478.
- Deraisme, J., De Fouquet, C., Fraisse, H, 1984. Geostatistical Orebody Model for Computer Optimization of Profits from Different Underground Mining Methods, 18th APCOM Symposium London, England, pp. 583-590.
- Erdoğan, G., 2017. Yeraltı Ocaklarında Bilgisayar Destekli Maden Tasarımı ve Kazı Arınlarının Optimizasyonu, Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Erdogan, G., Cigla, M., Topal, E., Yavuz, M., 2017. Implementation and Comparison of Four Stope Boundary Optimisation Algorithms in an Existing Underground Mine, *International Journal of Mining, Reclamation and Environment* 31 (6), 389-403
- Kuchta M., Newman, A., Topal, E, 2004. Implementing a Production Schedule at LKAB's Kiruna Mine, *Interfaces*, 34(2): 124-134.
- Lee, D. H., 1989. Industrial Case Studies of Steiner Trees, NATO Advanced Research Workshop on Topological Network Design, Denmark.
- Little J., 2007. A New Approach to Using Mixed-Integer Programming for Scheduling Optimisation in Sublevel Stope Mining, Bachelor thesis, University of Queensland, Brisbane.
- Little J., Knights P., Topal E., 2013. Integrated Optimization of Underground Mine Design and Scheduling, *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 113, pp. 775–785.
- Nehring, M., Topal E., 2006. Production Schedule Optimisation in Underground Hard Rock Mining Using Mixed Integer Programming, Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Project Evaluation, Melbourne, Australia, pp. 169-175
- Nehring, M., Topal, E., Kizil, M., Knights, P., 2012. Integrated Short- and Medium-Term Underground Mine Production Scheduling, *The Journal Of The Southern African Institute Of Mining And Metallurgy*, 112, pp 365-378.
- O'Sullivan D., Newman A., 2014. Optimization-based Heuristics for Underground Mine Scheduling, *European Journal of Operational Research*, 241, pp. 248–259.
- Ovanic, J., Young, D. S., 1995. Economic Optimization of Stope Geometry using Separable Programming with Special Branch and Bound Techniques, Third Canadian Conference on Computer Applications in the Mineral Industry, McGill University, Montreal, pp. 129-35.
- Riddle, JM., 1977. A Dynamic Programming Solution of a Block Caving Mine Layout, *Proceedings The 14th APCOM Symposium*, Society of Mining Engineers-American Institute of Mining, Metallurgy, and Petroleum Engineers, New York, pp. 767-780.
- Sandanayake, D., 2014. Stope Boundary Optimization in Underground Mining Based on a Heuristic Approach, PhD Thesis, Curtin University.
- Sandanayake D, Topal E, Asad M., 2015a. Designing an Optimal Stope Layout for Underground Mining Based on a Heuristic Algorithm, *International Journal of Mining Science and Technology* 25, pp. 767–772.
- Sandanayake D, Topal E, Asad M., 2015b. A Heuristic Approach to Optimal Design of an Underground Mine Stope Layout, *Applied Soft Computing*, 30, pp. 595–603.

Serra, J., 1982. *Image Analysis and Mathematical Morphology*, Academic Press, New York.

Sens, J., Topal, E., 2009. A New Algorithm for Stope Boundary Optimisation, Ausimm New Leaders Conference, 2009(4), pp. 25-28.

Topal E., 2003. *Advanced Underground Mine Scheduling Using Mixed Integer Programming*, PhD thesis, Colorado School of Mines.

Topal, E., Sens, J., 2010. A New Algorithm for Stope Boundary Optimization, *Journal of Coal Science & Engineering*, 16 (2), pp. 113-119.

Trout L.P., 1995, *Underground Mine Production*

Scheduling Using Mixed Integer Programming, Proceedings in the 25th International APCOM Symposium, The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne, pp. 395-400.

Wang, H., Webber, T., 2012. An Innovation of Practical Underground Stope Design Optimization and Cut-off Grade Calculation, SME Annual Meeting, WA.

Winkler, B., 1996. Using MILP to Optimize Period Fix Costs in Complex Mine Sequencing and Scheduling Problems, APCOM Symposium, Pennsylvania State University, pp. 441-446.