MADENLERİN ISIL İŞLEMLERİNDE SICAKLIK VE ZAMAN HESAPLARI

Sadık KAKAÇ

Orta - Doğu Teknik Üniversitesi

ÖZET :

Bu makalede katı cisimler içinde geçici (transient) rejimde ısı transferi incelenmektedir. Başlangıçta .uniform sıcaklıkta bulunan ve yüzey ısı geçirme)film) katsayısı sabit olan plâk, silindir ve küre için verilen grafik çözümier izah edilip pratikte madenlerin ısıl işlemlerinde bu grafikleri kullanarak sı:aklık ve zaman hesapları için nümerik mîsaller veriliyor.

SYNOPSIS :

In this article the transient heat transfer processes within the solid bodies are investigoted Graphycal solutions for the plate, cylinder, sphere under the conditions of initially uniform temprature and a constant surface heat transfer coefficient |re discussed. In pratice for calculating the time and temprature during the heat treatments of metals are explained by the numerical examples.

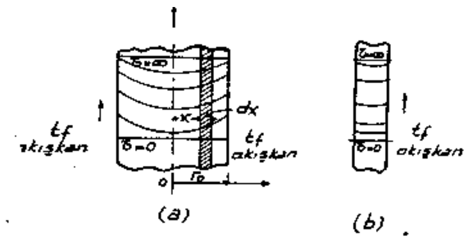
Giriş: Belirli bir yerde sıcaklık veya ısı akımı zamana bağlı olarak değişiyorsa bu çeşit ısı transferi ameliyelerine geçici rejimde (Transient or unsteady state) ısı transferi ameliyesi denir. Muayyen bir sıcaklıktaki katı cismin bir fırın içine konduğunu düşünelim. Katı cismin sıcaklığı zamanla artar. Denge sıcaklığı teessüs edene 'kadar herhangi bir noktasındaki sıcaklık zamanın bir fonksiyonudur. Bu katı cisim bir 'su veya yağ banyosuna daldırılırsa sıcaklığı zamanla azalır. Dengeli rejim teessüs edene 'kadar herhangi bir noktasındaki sıcaklık zamanla değişir.

Sıcaklığın zamanla değişimi esnasında cereyan eden ısı transferi 'ameliyesi geçici rejimde ısı transferi ameliyesi adım alır.

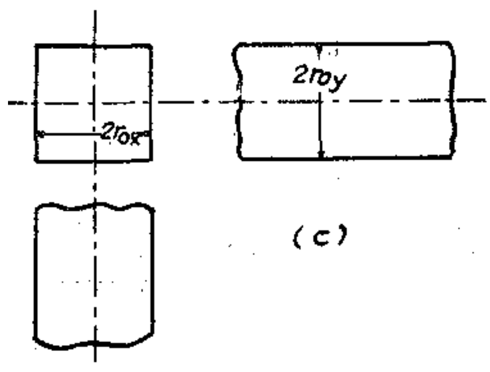
Bir nükleer reaktörün hareketi ve durdurulması esnasında nükleer yakıt elemanlarında, bir fırın duvarlarında, bir yağ veya su banyosunda çeliğe su verilmesinde, muay. yen bir kütlenin Isıtılmaya başlanmasında, güneş ile dünya arasındaki ısı transferinin periodik değişmesinden dolayı dünya içindeki sıcaklık dağılımı ve ısı transferi ameliyeleri geçici rejimde ısı transferi ameliyelerine tipik misallerdir.

Bu kısımda yalnız özel halleri ihtiva eden ısıtma ve soğutma nazarı itibare alınacaktır. Pratik bakımdan oldukça ehemmiyetli olup, sık sık tesadüf edilir.

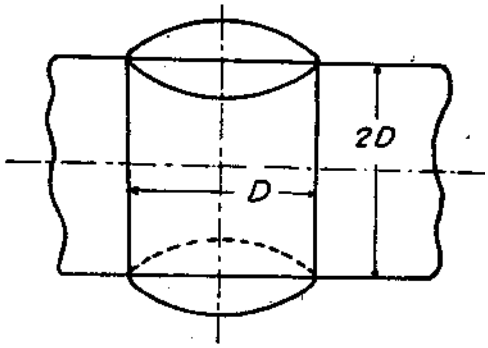
Katı cismin homojen olduğu, ısı kondüksiyon katsayısı (k), ısınma ısısı (c), ağırlıkça yoğunluğu (p) ameliye esnasında sabit kaldığı kabul ediliyor. Yine kabul ediliyorki başlangıçta uniform (ti) sıcaklığında bulunan cisim, uniform (t_f) sıcaklığındaki bir akıştan içine daldırılmakta, ameliye esnasında t_f ve yüzeydeki film (konveksiyon ısı geçirme) katsayısı sabit kalmaktadır. Bü tip problemlere çözümler oldukça faydalıdır. Çünkî pratikte ekseriya soğutma ve ısıtma halleri bu özel durumlara irca edilebilir. Meselâ, fırın içinde ısıtılmış bir cismi havada soğutmaya terketfimek, başlangıçta uniform sıcaklıkta bulunan bir cismi bir fırında ısıtmak bu tip problemdir. Başlangıç ve son sıcaklıkları uniform olmayan, ve akışkan sıcaklığı zamanla değişen haller daha kompleks çözümler ihtiva eder.



Şekil - 1



Şekil - 1



5e A/7- *1 (d)*

Sıcaklık Gradieni İhmal Edilebilen Katı Cisimler Hali.

Başlangıçta uniform sıcaklıkta bulunan kaim bir plâk her iki tarafından bir akışkan ile ısıtıldığı zaman plâk içindeki zamanla sıcaklık dağılımı şekil 1-a da gösterilmiştir. Eğer plâk ince veya ısıl kondüksiyon katsayısı yüksek ise, plâk içindeki sıcaklık gradieni ihmal edilebilir ve sıcaklığın tek bir t değeri, herhangi bir anda ısıl 'hali tesbit etmek için kullanılabilir. Ayni mütalealar herhangi bir şekli haiz katı cisim için de doğrudur.

dx zaman aralığında içerisinde ihmal edilebilen sıcaklık gradieni bulunan herhangi bir geometrik şekli haiz katı cisim için aşağıdaki ısı dengesini yazabiliriz.

$$dq = Ah\ (t_f - t)\ d\tau = V \cdot \rho \cdot C \cdot dt \quad (1)$$

h, t_f fiziki özellikleri sabit kabul edip intègre edersek aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\tau = \frac{V \rho C}{Ah} \ln \frac{t_f - t_1}{t_f - t_2} \qquad (2)$$

(2) ifadesi, cismi t_1 sıcaklığından t_2 sıcaklığına çıkarmak için lâzım olan zamanı verir. Bu denklem aşağıdaki boyutsuz şekilde yazılabilir.

$$\ln \Theta = -\left(\frac{Ar_o}{V}\right)\left(\frac{hr_o}{k}\right) X \qquad (3)$$

$$\Theta = \frac{t_f - t_1}{t_f - t_2} \qquad X = \frac{\alpha \tau}{r_o^2} \qquad \alpha = \frac{k}{\rho C}$$

V : Katı cismin hacmi

α : ısı yayılma (Thermal diffusivity) katsayısı

A : Yüzey alanı

Ar_0 nin değerleri aşağıda verilmiştir :

		Ar_0/V
geniş plak	—	1
Uzun silindir	—	2
Küp veya küre	—	3

r_0 silindir ve kürenin yarı çapını, küpün yarı kenar uzunluğunu, plâğın yarı kalınlığını gösterir.

Misâl: 1.

1" Çapında 2" uzunluğunda bir bakır silindir 300 °C de bir fırın içinde 15 °C deri 100 °C uniform sıcaklığına getirmek için lâzım olan zamanı hesaplayalım. Bakır için K = 330 Kcal/mh °C, silindir yüzeyinde h = 49 Kcal/m²h °C <* = 0.395 m²/h

Bu problemde silindir içindeki sıcaklık gradieni ihmal edilmektedir. Eğrilerin tetkikinden anlaşılacağı üzere k/hr_0 oranı 6 dan büyük olduğu zaman bu doğrudur.

$$\frac{k}{hr_o} = \frac{49}{330} \cdot \frac{100}{0.5 \times 2.54} = 530$$

$$\Theta = \frac{300 - 100}{300 - 15} = \frac{285}{200} = 0.7$$

$$\frac{Ar_o}{V} = \left[\frac{\pi(2.54(1)}{100} \cdot \frac{2 \times 2.54}{100} + 2\pi\left(\frac{0.5 \times 2.54}{100}\right)^2\right] \cdot \frac{\frac{0.5 \times 2.54}{100}}{\pi\left(\frac{0.5 \times 2.54}{100}\right)^2 \times \frac{2 \times 2.54}{100}}$$

$$= 2.5$$

$$X = \frac{530}{2.5} \ln \frac{1}{0,7} = 76$$

$$\tau = \frac{X r_o^2}{\alpha} = \frac{76 \times \left(\frac{0.5 \times 2.54}{100}\right)^2}{0.395} = 0.031$$

saat = 1.86 dakika

Fırın içerisinde, 100 °C üniform sıcaklığını elde etmek için bekleme zamanı 1.86 dakikadır.

İçerisinde sıcaklık Gradieni bulunan katı cisim hali:

Şekil 1 (a) daki kalın plâk için x- istikâmetindeki sıcaklık gradieni ihmal edilemez.

Geçici rejimde sıcaklık dağılımı veren diferansiyel denklemi, A.dx hacmindeki eleman için termodinamiğin birinci kanunu (enerji dengesi) yazarak elde ederiz. Veya genel kondüksiyon denklemlerinden bir boyutlu için

$$\frac{\delta^2 t}{\delta \chi^2} = \frac{1}{\alpha}\,\frac{\delta t}{\delta \tau} \quad \text{diferansiyel denklemi elde edilir} \quad (4)$$

Eğer, γ, Z istikâmetindeki sıcaklık gradieni'de ihmal edilemezse en genel halde sıcaklık dağılımını veren kısmî diferansiyel denklem aşağıdaki formdadır.

$$\frac{\delta^2 t}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 t}{\delta z^2} + \frac{\delta^2 t}{\delta y^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\delta t}{\delta \tau} \quad (5)$$

Başlangıçta üniform t_i sıcaklığında bulunan ve her iki yüzeyden t_f sıcaklığında bir akışkan tarafından soğutulan veya ısıtılan kalın bir düz plâkda sıcaklık dağılımı veren ifade analitik olarak elde edilip aşağıdaki boyutsuz şekilde yazılabilir.

$$\frac{t - t_f}{t_i - t_f} = \phi\left(\frac{\alpha\tau}{r_o^2}, \frac{hr_o}{k}, \frac{\chi}{r_o}\right) \quad (6)$$

Gurnie - lurie, Adams-Williamson, Shack, Groeber ve Heisler bu denklemin grafik çözümlerini verdiler. Şekil - 2 kalınlığı 2 r_o olan sonsuz uzunluktaki bir plâğın izole edilmiş yüzeyindeki $\left(\frac{\chi}{r_o}\right) = 0$ da sıcaklığını veya $2r_o$ kalınlıkta sonsuz uzunluktaki plâğın merkezindeki sıcaklığı verir. Plâğın her iki yüzeyinde ayni ısıtma veya soğutma şartlarının var olduğunu kabul ediyoruz. $\frac{k}{hr_o}$ parametre olarak alınmıştır.

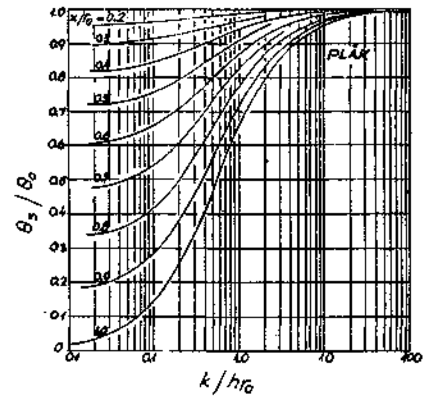
Eğer film katsayısı $h \to \infty$ ise plâğın yüzey sıcaklığı hemen akışkan sıcaklığına yükselir. $\frac{k}{hr_o} = 0$ eğrisi bu hali temsil eder.

Ordinatta $\Theta_o = \frac{t_o - t_f}{t_i - t_f}$ değerleri, âpsiste $\frac{\alpha\tau}{r_o^2}$ değerleri gösterilmiştir. t_o herhangi bir anda plâğın merkezindeki veya izole edilmiş yüzeydeki sıcaklığı gösterir.

Şekil - 3 yardımı ile herhangi bir noktada herhangi bir zamandaki sıcaklık bulunabilir. Burada Θ_s/Θ_o , k/hr_o nin fonksiyonu olarak muhtelif pozisyonlar (x/r_o) için verilmiştir. ($x/r_o = o$ olduğu zaman $\Theta_s = \Theta_o$ bulunur). $\Theta_s = \frac{t - t_f}{t_i - t_f}$ olup herhangi bir anda herhangi bir noktadaki boyutsuz sıcaklık oranını gösterir. Hesap şu şekilde yapılır. Evvelâ Θ_o hesaplanır. Pozisyon faktörü (x/r_o) yardımı ile $\frac{\Theta_s}{\Theta_o}$ bulunur. Buradan Θ_s hesaplanır. İlk sıcaklık ve akışkan sıcaklığı belli olduğuna göre x mesafesindeki t sıcaklığı hesap edilir.

Misâl: 2.

4" inç kalınlığında geniş düz bir çelik levha başlangıçta üniform olarak 20 °C sıcaklığında iken 1000 °C sıcaklığında bir fırın içine yerleştiriliyor. Fırından alınmadan hemen önce orta düzlemdeki sıcaklık 500 °C olduğuna göre fırında ısıtma zamanını hesaplıyalım.



Şekil - 3 Sonsuz plâk için pozisyon faktörleri

k = 45 C = 0.15 h = 100 ρ = 7.7

a) $\alpha = \frac{K}{\rho C} = \frac{45}{7.7 \times 10^3 \times 0.15} = 0.039$

$$\Theta_o = \frac{500 - 1000}{20 - 1000} = \frac{5000}{980} = 0.51$$

$$\frac{k}{hr_o} = \frac{45}{1000 \times \frac{2 \times 2.53}{100}} = 0.89$$

Şekil — 2 den $\frac{\alpha\tau}{r_o^2} = 1$ bulunur.

$$\tau = \frac{r_o^2}{\alpha} = \frac{\frac{(2\times 2.53)^2}{100}}{0.039} = 0.066 \text{ saat}$$

τ = 3.95 dakika

b) (a) da hesap edilen zamanın sonunda yüzeyden 1" mesafedeki düzlemin sıcaklığını hesap edelim.

$$\frac{x}{r_o} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \frac{k}{hr_o} = 0.89 \quad \frac{\alpha\tau}{r_o^2} = 1$$

Şekil — 3 den $\frac{\Theta_s}{\Theta_o} = 0.9 \quad \Theta_o = 0.51$

Θ_s = 0.9 X 0.51 = 0.46

$$\frac{t-t_f}{t_i-t_f} \quad \frac{t-1000}{20-1000} = 0.46$$

t = 1000 — 0.40X980 = 1000—452 = 548°C

Bu şekilde herhangi bir noktada belirli bir sıcaklık elde etmek için lâzım olan ısıtma veya soğutma süresi, tersi olarak, belirli bir ısıtma zamanı sonunda istenilen noktada sıcaklık hesap 'edilir.

Ayni şekilde sonsuz silindirler ve küreler içinde grafik çözümler mevcuttur.

Silindir:

Genel ısıl kondüksiyon denkleminden, sonsuz uzunlukta bir silindirde geçici rejimde sıcaklık dağılımını Veren kısmi diferansiyle denklem aşağıdaki formdadır.

$$\frac{\delta}{\delta r}\left(r\frac{\delta t}{\delta r}\right) \qquad \frac{\delta t}{\delta r} \qquad (7)$$

İçerde ısı istihsalinin olmadığını ve yalnız radyal "sıcaklık gradieninin mevcut olduğunu kabul ediyoruz. Başlangıçta uniform sıcaklıkta bir silindir düşünelim. Aniden t_f sıcaklığında bir akışkanla temasa getirelim. Akışkan ile silindir arasındaki konveksiyon ısı geçirme katsayısı (film katsayısı) h olsun, gösterilebilirki

$$\frac{t-}{t_i-t_f} \qquad \frac{hr_0}{k} \qquad dır.$$

Dikkat edilecek olursa (6) ifadesindeki'x, (r) ile yer değiştirmiştir. Silindir için olan bu ifadeye de grafik çözümler verilmiştir.

Şekil: 4 yardımı ile sonsuz uzunlukta bir silindirin merkezindeki sıcaklık,

Şekil: .5 yardımı ile de herhangi (r) noktasındaki sıcaklık hesaplanır.

Misâl: 3

1 inç çapında, uzun çelik bir bar, bir fırında 700°C ye uniform olarak ısıtıldıktan sonra 40 °C ye düştüğü zaman banyodan 'çıkarılmak isteniyor. Bu halde daldırma zamanını hesaplıyalım. Yüzey ısı geçirme (film) katsayısının h = 98 Kcal/m² h °C olduğu kabul ediliyor.

a) Misâl: 2 den , $_a$ = 0.0.39 mVh

$$\Theta_o = \frac{t_o-t_f}{t_i-t_f} = \frac{370-40}{700-40} = 0.5$$

$$\frac{k}{hr_o} = \frac{45}{98 \times \frac{0.5\times 2.53}{100}} = 36.4$$

Şekil — 4 den $\frac{\alpha\tau}{r_o^2} = 13$ bulunur.

$$\tau = \frac{13 r_o^2}{\alpha} = \frac{\frac{(0.5\times 2.5)^2}{100}}{0.039} = 5.24\times 10^{-2}$$

saat τ = 3.216 dakika

b) Bu zamanın sonunda silindirik barın yüzey sıcaklığını hesaplıyalım.

Yüzeyde $\frac{r}{r_o} = 1$ dir. $\frac{k}{hr_o} = 37$

Şekil — 5 den $\frac{\Theta_s}{\Theta_o} = 0.99 \quad \Theta_o = 0,5$

$\Theta_s = 0.495$

$$\Theta_s = \frac{t-t_f}{t_i-t_f} = \frac{t-40}{700-40} = 0,495$$

t = 366°C bulunur.

Küre:

Bir küre için yalnız radyal istikâmetteki sıcaklık gradieni düşünülürse genel diferansiyel denklem aşağıdaki formu alır.

$$(8) \quad \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\delta}{\delta r}\left(r^2 \frac{\delta t}{\delta r}\right) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\delta t}{\delta \tau}$$

Plâk ve silindir halinde 'belirtilen şartlar altında gösterilebilir ki boyutsuz sıcaklık oranı üç boyutsuz miktarın fonksiyonudur.

$$\frac{t-t_f}{t_i-t_f} = \phi\left(\frac{\alpha\tau}{r_o^2}, \frac{hr_o}{k}, \frac{r}{r_o}\right)$$

Bunun da grafik çözümleri verilmiş olup, şekil: 6 yardımı ile bir kürenin merkezindeki sıcaklık, şekil: 7 yardımı ile de herhangi bir r mesafesindeki sıcaklık hesap edilir.

Belirli boyuttaki cisimleri ısıtma, soğutma:

Şimdiye kadar yalnız bir istikâmeti nazarı itibare aldık. Dikdörtgen bir *barm, bir prismamn veya belirli yüksekliğe haiz bir silindirin ısıtılması, soğutulması ~daha kompleks çözümleri ihtiva eder. Fakat aşağıdaki şartları gerçekliyen 'bazı husust haller için ayni grafikleri gerçekleyen bazı husust haller için ayni grafikleri kullanarak çözümler elde 'edilir.

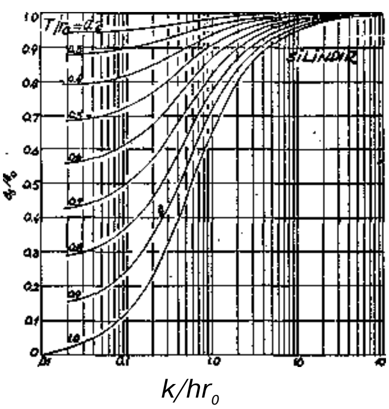
Kabuller :

a) Katı cismin başlangıç sıcaklığı uniform

b) Akışkan sıcaklığı H_f = sabit

c) Her koordinat istikâmetinde orta düzleme 'göre simetrik şartlar mevcuttur.

Film katsayısı h, x-, y-, ve z-, yüzlerinde ayrı olabilir. Fakat karşılıklı paralel yüz çifti için ayni olması şarttır.



Şeb'LS Sf/ı'nd/'r îç/n pozîsyon -fsi^or/er"

Bu şartlar altında boyutları ($2\ r_{ox}$. $2\ r_{oy}$) olan dikdörtgende herhangi bir noktadaki boyutsuz sıcaklık oram © = $©_x$. $©_y$ ifadesi ile h'e,, sap- edilir. $®_x$, kalınlığı $2\ r_{ox}$ olan sonsuz uzunluktaki bir plâkta T anında 'J 'ox pozisyonundaki sıcaklık oranıdır.

Benzer şekilde dikdörtgen prisması şeklindeki bir katı cismin herhangi bir noktasında T anındaki sıcaklık oranı

$$\frac{t-}{ti—t_f} = © = ©*.\cdot ©_y . ©_x \qquad (10)$$

Belirli uzunluktaki silindir için

$$\frac{t—t_f}{ti-} = @ = ®_r . ©_z \quad \text{olarak bulunur.} \quad (11)$$

Bu metod Newman metodu olup analitik olarak bunun böyle olduğu kolayca gösterilebilir.

t,

Misâl: 4

12 mm çapında paslanmaz çelikten dairesel bir bar 35 °C sıcaklığında geniş bir yağ banyosunda su verilmek .isteniyor. Barın başlangıçtaki uniform sıcaklığı 875 °C dır. 'Su verme ameliyesi sonunda bar içindeki maksimum sıcaklığın 225 °C olması isteniyor. Bu duruma göre aşağıdaki iki hal için yağ banyosunda bekletme zamanını hesap 'edelim.

a) Bar sonsuz uzunluktadır

b) Barın uzunluğu çapının iki katıdır.

h_t = 75 Kcal/m^2 h°C k = 45 Kcal/mh°C

p = 7.7 gr/cm^3 C = 0.15 Kcal/Kg°C

a) (11) ifadesinden $\Theta_o = \dfrac{t_o—t_f}{t_i—t_f}$

$$= \frac{225—35}{875—35} = \frac{190}{540} = 0.35$$

$$\frac{k}{hr_o} = \frac{k}{h\frac{D}{2}} = \frac{45}{75\frac{0.6}{100}} = 100$$

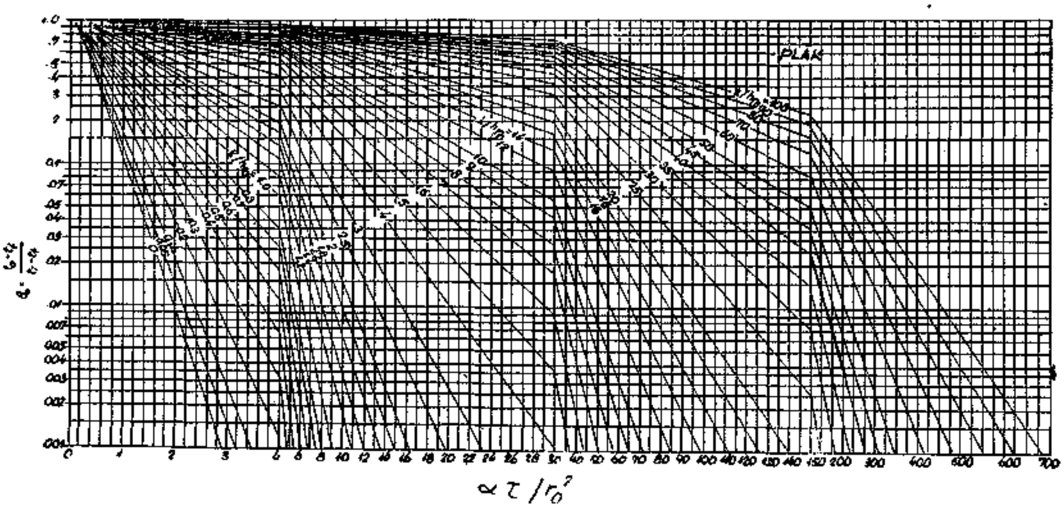
$$\alpha = \frac{K}{\rho c} = 0.039\ m^2/h$$

Şekil — 4 den $\dfrac{\alpha\tau}{r_o^2}$ = 52.5 bulunur.

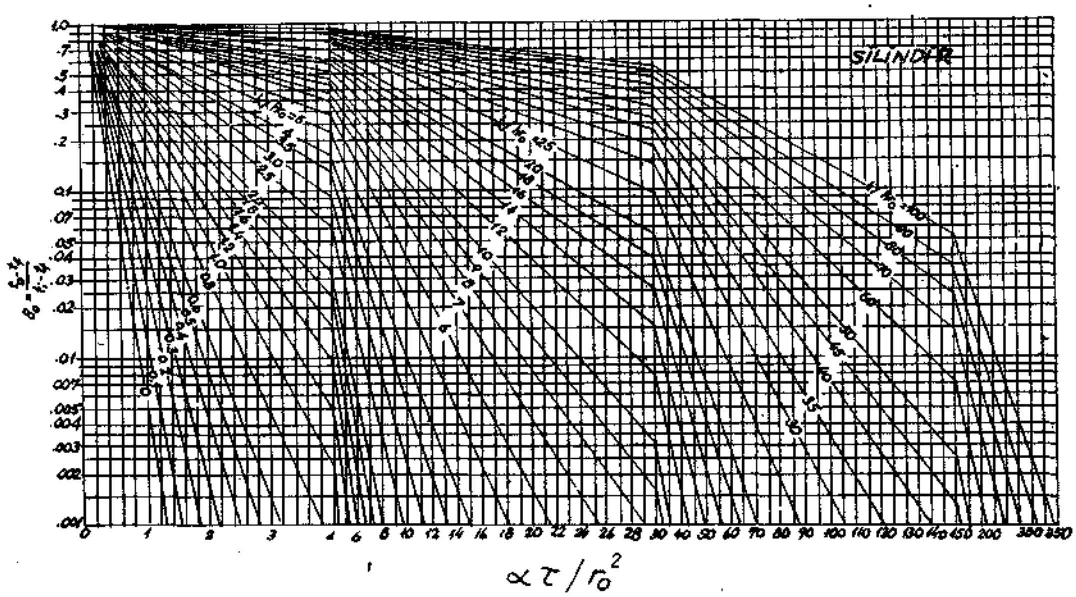
$$\tau = \frac{52.5 \times \left(\frac{0.6}{100}\right)^2}{0.039} = 0.0485 \text{ saat}$$

τ = 2.91 dakika

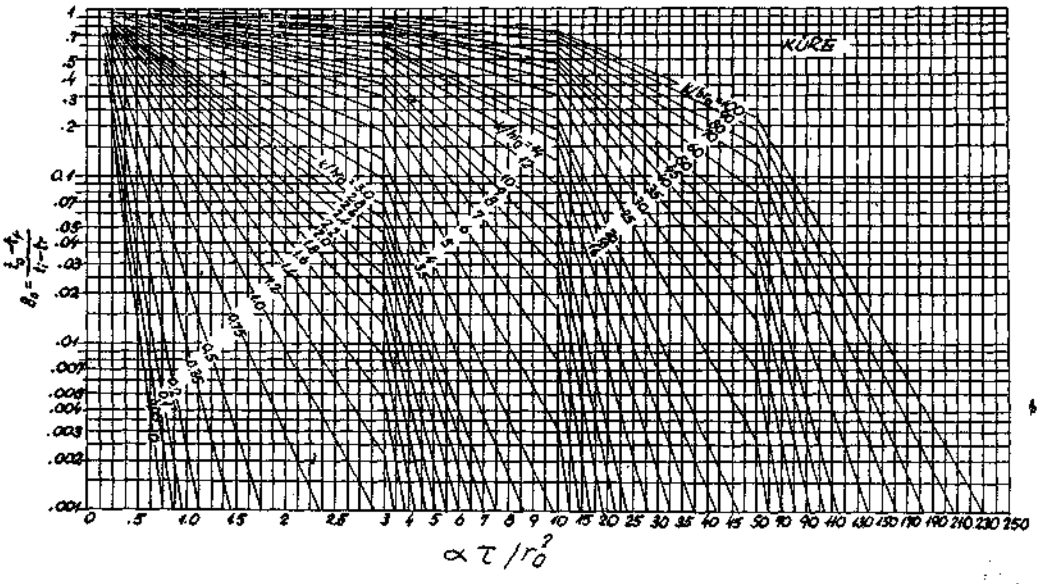
O halde 2.91 dakika sonra, yağ banyosuna daldırılmış olan çubuğun merkezindeki sıcaklık 225 °C olacaktır.



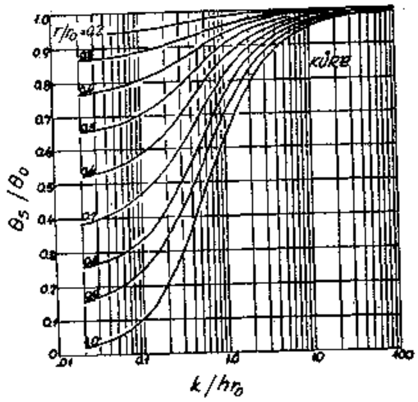
Şekil. 2 Her iki yüzeyinde aynı ısıtma veya soğutma şartları bulunan $2r_0$ kalınlığında sonsuz bir plağın merkezindeki $(\frac{x}{r_0}=0)$ veya kalınlığı r_0 olan bir plağın izole edilmiş yüzeyindeki sıcaklık hesabı



Şekil_4 Yarı çapı r_0 olan sonsuz bir silindirin eksen üzerindeki sıcaklık hesabı.



Şekil-6 Yarı çapı r_0 olan bir küçenin merkezinde sıcacklık hesabı



Şekil-7 Küre için pozisyon faktörleri

b) Sonlu uzunluktaki silindirik bir bar için hesap aşağıdaki şekilde yapılır.

(11) den anlaşılacağı üzere, çapı D olan sonsuz uzunluktaki bir silindir ile, kalınlığı 2 D olan sonsuz plâğın süperpozisyonu, sonluk uzunlukta silindirik bar için çözümü verir.

Bunun için hesap deneme ile yapılacaktır. Sıcaklık belli olduğuna göre zamanı kabul edelim. Zaman (a) da elde edilenden daha kısa olacaktır.

$\tau = 0.042$ saat kabul edelim.

Sonsuz silindir için: (Yarıçap = D/2)

$$\frac{\alpha\tau}{r_o^2} = \frac{0.039 \times 0.042}{(0.6)^2} \times 10^4 = 45.5$$

$$\frac{k}{hr_o} = 100 \text{ şekil — 4 den } \Theta r = 0.4$$

elde edilir.

Sonsuz plâk için: (kalınlık 2 D)

$$\frac{k}{hr_o} = \frac{k}{hd} = \frac{45}{75 \, . \, \frac{1.2}{100}} = 50$$

$$\frac{\alpha\tau}{r_o^2} = \frac{\alpha\tau}{D^2} = \frac{0.039 \times 0.042 \times 10^4}{(1.2)^2}$$

$= 11.4$

Şekil — 2 den $\Theta_z = 0.87$

$\Theta = 0.35 = \Theta_r \, . \, \Theta_z$ olmalıdır.

$0.35 = 0.4 \times 0.87 = 0.35$

o halde bekletme zamanı τ=0.042 saat=2.52 dakikadır.

NOTASYON

A : Cismin yüzeyi

V : Cismin hacmi

t_f : Akışkan sıcaklığı

ρ : Yoğunluk

C : Özgül ısı

τ : Zaman

h : Konveksiyon ısı geçirme katsayısı (Kcal/m²h°C)

r_0 : Yarıçap veya plâk için yarın kalınlık

Θ : Sıcaklık oranı

α : Isıl yayılma (m²/h)

K : Kondüksiyon ısı geçirme katsayısı (Kcal/m° h°C)

REFERANSLAR

1 — W. H. Giedt : Principles of Engineering Heat Transfer, van Nostrand.

2 — Mc Adams : Hea: Transmission, Mc Graw - Hill.

3 — E. R. G. Eckert and R. M. Drake : Heat and Mass Transfer, Mc Graw - Hill.

4 — Sadık Kakaç : Orta Doğu Teknik Üniversitesi Makina Bölümü ısı transferi notları.