

Şekil 1 Anizotropik kayaç örneklerinde laminasyon yönü ile yükleme yönü arasındaki ilişki

## 2. ANİZOTROPİK KAYALAR İÇİN YENİLME TEORİLERİ

### 2.1. Tek Düzlemli Süreksizlik Teorisi

Jaeger (1960) farklı bir içsel sürtünme açısı ve makaslama dayanımı sonucuna dayanan tek düzlemli süreksizlik teorisini geliştirmiştir. Bu teori ile anizotropik yönlere göre değişen içsel sürtünme açısı ( $\phi'$ ) ve kohezyon dayanımının ( $\tau'_0$ ) farklı değerleri bir süreksizlik düzlemi veya paralel bir düzlem boyunca oluşturduğu kabul edilen bir izotropik malzemeyi tanımlamaktadır.

Yenilmenin  $\beta'$ 'nin (Şekil 2) farklı açılardaki değerleri için süreksizlik düzlemi boyunca oluşturduğu varsayılmıştır. Ayrıca diğer yönleredeki yenilme, süreksizlik düzlemlerinin birbirleri ile ilişkisini kuran Coulomb-Navier teorisi ile hesaplanarak düzlemler boyunca oluşturduğu ifade edilmiştir. Tek düzlemli süreksizlik teorisi farklı şiddetlerdeki iki asal gerilmenin ( $\sigma_1 > \sigma_3$ ) etkisinde oluşan iki boyutlu gerilme sistemleri şeklinde düşünülmektedir.

İzotropik malzemede yenilme ölçütü,

$$\tau = \tau_0 + \sigma \tan \phi \quad [1]$$

$\tau$  = makaslama dayanımı,

$\tau_0$  = kohezyon,

$\sigma$  = normal gerilme,

$\phi$  = içsel sürtünme açısı

Bu parametreler Mohr zarfı ile elde edilebilmektedir. Makaslama ( $\tau$ ) ve normal gerilme ( $\sigma$ ) arasındaki ilişki çeşitli temel eşitlikler ile de gösterilebilmektedir.

Tek düzlemli süreksizlik teorisi yenilmenin minimum olduğu  $\beta$  açısının bulunmasını araştırılması şeklinde tanımlanır. Yenilmenin en düşük olduğu  $\beta$  açısındaki içsel sürtünme açısı ( $\phi'$ ) ve kohezyon ( $\tau_0'$ ),

$$\tau = \tau_0' + \sigma \tan \phi' \quad [2]$$

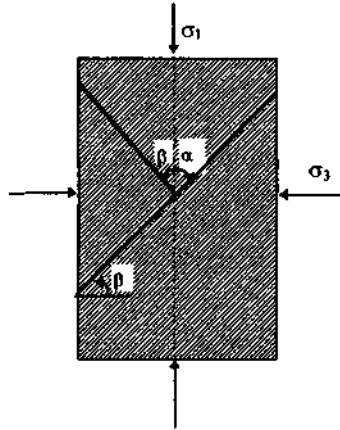
şeklinde bulunur.

Düşey yönde uygulanan yük ( $\sigma_1 > 0, \sigma_3 = 0$ ) altında tek düzlemli süreksizlik yenilme teorisini Jaeger ve Cook (1979) aşağıdaki şekilde formüle etmiştir.

$$\sigma_1 = \frac{2\tau_0 \cos \phi}{(1 - \sin \phi)} \quad (\beta = 0^\circ \text{ and } 90^\circ) \quad (\text{matriks dayanımı}) \quad [3]$$

$$\sigma_1 = \frac{2\tau_0}{(1 - \tan \phi \cot \beta) \sin 2\beta} \quad (\text{anizotropik davranış}) \quad [4]$$

Yenilme gerilmesi ( $\sigma_1$ ) farklı  $\beta$  açısının farklı yönlerinden elde edilen kohezyon ( $\tau_0'$ ) ve içsel sürtünme açısı ( $\phi'$ ) ile hesaplanabilmektedir. Anizotropik malzeme için iki tane kohezyon ( $\tau_0, \tau_0'$ ) ve içsel sürtünme açısı ( $\phi, \phi'$ ) elde etmek gereklidir.



Şekil 2 Uç eksenli basınçta anizotropik örneğin yanal görünüşü (Brady ve Brown, 1993)

## 2.2. Walsh ve Brace Teorisi

Walsh ve Brace (1964) Griffith'in çekme yenilme teorisini yeniden düzenleyerek bir yenilme teorisi geliştirmiştir. Bu teori seyrek ve kısa yönlendirilmiş çatlaklara sahip bir set ile

uzun ve seyrek olmayan yönlenmiş çatlaklara sahip bir set içeren bir cisim için McClintock-Walsh teorisinin değiştirilmiş bir şeklidir Teori düşük basınç dayanımına sahip, gevrek, izotropik ve çatlakları seyrekçe yönlenmiş bir malzeme için önerilmektedir Bu teori ile malzemeye uygulanan etkin gerilmedeki artış hesaplanmaktadır Oysa Griffith teorisinde gerilmiş ve çatlakların kenarlarında karşılıklı geçiş göstermeyen kuvvetlere sahip bir malzeme için çatlakların dolgunuz (açık) olduğu kabul edilmektedir Mc Clintock-Walsh teorisi malzemenin bütünüyle veya kısmen kapalı çatlaklar ile sürtünmeye bağlı olarak oluşan normal ve makaslama gerilmelerine sahip olduklarını varsaymaktadır

Az sayıda, seyrek ve kısa olarak yönlenmiş çatlaklar için yenilme gerilmesi ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ),

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_s = C_{os} + \frac{2 \tan \phi_s \sigma_3}{(1 + \tan \phi_s)^{1/2} - \tan \phi_s} \quad [5]$$

$C_{os}$  = seyrek ve kısa çatlaklı malzeme için basına dayanımı,

$\phi_s$  = seyrek ve kısa çatlaklı malzeme için içsel sürtünme açısı

Seyrek ve uzun olarak yönlenmiş çatlaklı bir malzeme için yenilme gerilmesi ( $\sigma_1 - \sigma_3^*$ ),

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_L = \frac{C_{oL}[(1 + \tan^2 \phi_L)^{1/2} - \tan \phi_L] + 2 \tan \phi_L \sigma_3}{2 \sin \alpha \cos \alpha (1 - \tan \phi_L \tan \alpha)} \quad [6]$$

$C_{oL}$  =  $\alpha$  açısının en yüksek durumundaki basma dayanımı,

$\phi_L$  = uzun çatlaklı malzeme için içsel sürtünme açısı,

$\alpha$  = Yenilme düzlemi ile en büyük asal gerilme arasındaki açı (Şekil 2)

Walsh-Brace yenilme teorisi anizotropik komur kayaçlarının yorumu için formül (6)'nın kullanımı ile kırık dayanımını hesaplayabilmek için kullanılmıştır En zayıf kırık dayanımının hesaplanması için içsel sürtünme açısı  $45^\circ$  olarak alınmıştır

### 2.3. Devamlı Değişken Kohezyon Teorisi

Devamlı değişken kohezyon teorisi Jaeger (1960) tarafından Navier-Coulomb teorisi üzerinde geliştirilmiştir Teoriye göre malzemenin içsel sürtünme açısı ( $\phi$ ) sabit ve kohezyonu değişken olup yenilmenin çapraz olarak geliştiği kabul edilmektedir Devamlı değişken kohezyon teorisi için yenilme ölçütü aşağıdaki formülle ifade edilir

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{2 \tau_0 - 2 \sigma_3 \tan \phi}{\sec \phi - \tan \phi} \quad [7]$$

$\tau_0 = A - B[\cos 2(\beta' - \beta)]$ ,

$A$  ve  $B$  = sabit sayılar,

$\beta' = 45^\circ$ ,

$\phi$  = içsel sürtünme açısı

Devamlı değişken kohezyon teorisinin değerlendirilebilmesi için farklı yonlerdeki içsel sürtünme açısı ( $\phi$ ) ve kohezyon ( $\tau_0$ ) değerlerinin tesbit edilmesi gereklidir. Bu incelemeyi yapmak için değişik  $\beta$  açılarında çok sayıda tek eksenli basma dayanım testi yapıp test sonuçlarına bağlı olarak A ve B sabitleri elde edildikten sonra uygulanan yükün bir fonksiyonu olarak malzemenin çatlak dayanımı hesaplanabilir.

#### 2.4. Değişken İçsel Sürtünme Açısı ve Kohezyon Teorisi

Değişken içsel sürtünme açısı ve kohezyon teorisi malzemenin çapraz (makaslama) şekilde yenildiğini ve değişken kohezyon dayanımı ( $T_0$ ) ile içsel sürtünme açısına ( $\phi$ ) sahip olduğunu varsaymaktadır (Donath, 1972). Anizotropik kayaçların çatlak dayanımlarının değişik yonlerdeki değerleri bağıntı (8)'in kullanımı ile hesaplanabilir.

içsel sürtünme açısının değeri  $\beta$  açısına göre değişebilmektedir. içsel sürtünme açısının değişimini aşığıdaki formül ile hesaplamak mümkündür.

$$\tan(\phi) = C - D[\cos(2(\beta - \beta'))] \quad [8]$$

C ve D = sabit sayılar

$$\beta' = 45^\circ$$

### 3. SONUÇLARIN DEğERLENDİRİLMESİ

Anizotropik komur kayaçlarının mekanik, jeolojik ve fiziksel özellikleri detaylı olarak incelenmiştir. Bu özelliklerin tesbit edilmesinin yanında özellikle bu kayaçlardan kumtaşı ve siltaşının anizotropik davranışı dayanım teorilerine uygulanmaya çalışılmıştır. Deneysel çalışmadan elde edilen veriler dayanım teorilerine uygulanmış ve birbirleri ile karşılaştırılmıştır. Bu çalışma ile genellikle anizotropik özellik gösteren kayaçların tabakalanma yüzeyine uç farklı doğrultuda uygulanan tek eksenli basınç ve dolaylı çekme deneylerinin sonuçları ayrı ayrı irdelenmiş ve arada görülen farklılıklar ortaya konulmuştur. Sonuçların elde edilmesinde Uluslararası Kaya Mekanięi Standartları (ISRM) kullanılmıştır. Ayrıca kohezyon ve içsel sürtünme açısı  $\beta$ 'nin her bir değeri için elde edilmiştir.

Örnekler açık bir komu ocağından iki komur tabakasının orta kısmından derlenmiştir. Kayaç örnekleri üzerinde ince kesit incelemelerinden bozunmaya uğramadıkları tesbit edilmiştir. Genellikle üst seviyedeki kaya numunelerinin tabandan derlenen numunelere göre daha az dayanımlı ve dereceli bozulmaya sahip oldukları belirlenmiştir. Üst seviyelerdeki tabaka kalınlıkları çok değişkendir. Örnekler daha düzenli laminasyon gösteren seviyelerden derlenmiştir. Kayaç numunelerinden laminasyon yüzeyine paralel ( $0^\circ$ ), eğimli ( $45^\circ$ ) ve dik ( $90^\circ$ ) olmak üzere üç yönde ISRM standartlarına uygun karotlar alınmıştır. Tek eksenli basma dayanımı, çekme dayanımı, katılık, Young modülü, makaslama dayanımı, içsel sürtünme açısı ve anizotropik elastik özellikler ölçülmüştür.

Çizelge 1. Laboratuvar deney sonuçları, dayanım ve elastik özellikler.

Kayaç Adı	Karot Yönü (Laminasyona)	Tek Eksenli Basınma Dayanımı (MPa)	Dolaylı Çekme Dayanımı (MPa)	Young Modülü (GPa)	Katılık (MPa)	$\tau_0$ (MPa)	$\phi$ (°)	Makaslanma Modülü (GPa)
Kumtaşı	Paralel (0°)	74	6.9	9.96	179.04	11.5	55	5.047
	Eğimli (45°)	65	6.1	9.4	139.25	11	51.5	
	Dik (90°)	79	8	11.51	212.58	13	54	
Silttaşı	Paralel (0°)	70	7	8.73	179.03	12	52	3.628
	Eğimli (45°)	62	6.5	8.3	139.25	11	50	
	Dik (90°)	72	8.5	9.52	212.58	13	51	

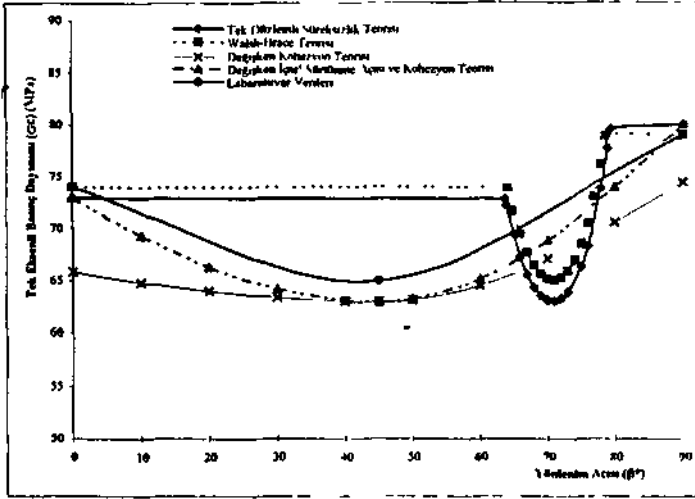
#### 4. TEST SONUÇLARININ YENİLME TEORİLERİNE UYGULANMASI

Test sonuçları tek düzlemli süreksizlik teorisi bağıntılarının kullanımı ile değerlendirilmiştir. Kırık dayanım değerleri olarak anizotropik dayanım davranışlarının sağında ve solunda düz bir şekil oluşturmaktadır. Kumtaşı ve silttaşı deney sonuçları bu teoriye uygulandığında 3 ve 4 no.lu şekillerde de görüldüğü gibi minimum kırılma dayanımlarının test sonuçlarından biraz farklı bir değerde buldukları görülmüştür. Test sonuçlarından laminasyon yüzeyine 45°'lik bir açı yapan karot numunelerinden en düşük değerler elde edilmiş iken sonuçlar teoriye uygulandığında 60° - 80° arasındaki numunelerin en düşük dayanımda çıkabilecekleri ortaya konulmuştur. Bu nedenle daha detaylı bir çalışma için her 10°'de bir karot alınarak sonuçlar elde edilmelidir. Aynı zamanda Walsh - Brace yenilme teorisi (bağıntı 6) için de benzer sonuçlar elde edilmiş ve tek düzlemli süreksizlik teorisini destekler nitelikte sonuçlar bulunmuştur. Ayrıca değişken kohezyon ve sabit içsel sürtünme açısı ile de benzer sonuçlar elde edilmektedir (Şekil 5). Bu şekilde elde edilen sonuçların  $\beta = 45^\circ$  olduğu kumtaşı ve silttaşı deney verilerinde anizotropinin ölçülen minimum değerinin teorik değerlere yakın oldukları görülmüştür. Ayrıca paralel (0°) ve dik (90°) alınan kayaç örneklerine uygulanan dayanım testlerinden elde edilen sonuçlarında büyük miktarda düşük çıktıkları tesbit edilmiştir.

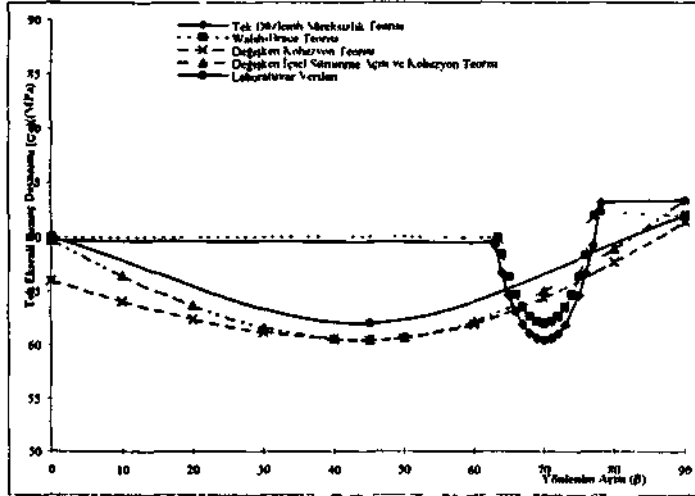
Bağıntı (8) ile elde edilen değişken içsel sürtünme açısı ve kohezyon metodunda kumtaşı ve silttaşının laboratuvar deney sonuçları ile uyum içinde olduğu tesbit edilmiştir (Şekil 6). Bu modelde minimum dayanım değeri  $\beta = 45^\circ$  'dir. Ayrıca paralel (0°) ve dik (90°) örneklerde kırık dayanımı da bu formül ile en iyi şekilde hesaplanmıştır.

#### 5. ELASTİK ÖZELLİK VE ANİZOTROPI

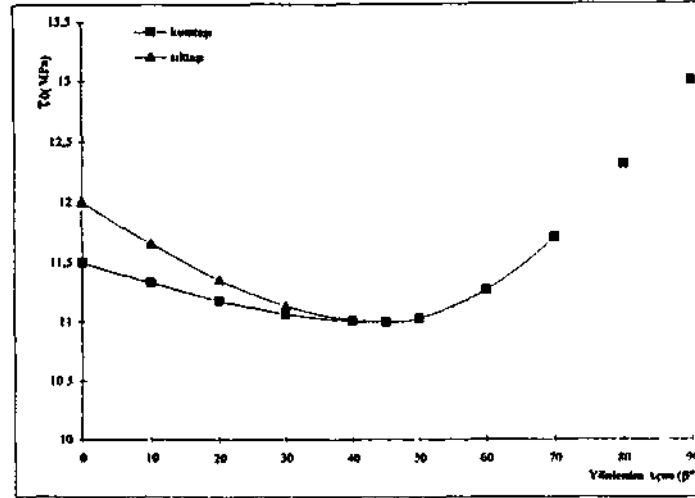
Kömür yan kayaçları genellikle farklı materyal özelliklerinden oluşan değişik kayaçların ritmik sekansı ile tortullaşma sonucu meydana gelen tabakalı çekellerdir. Bu heterojen kaya kütleleri kumtaşı, silttaşı, çamurtaşı, şeyi ve kömür gibi bir litolojik sekansa sahip bulunabilmektedir. Bu kayaçların deformasyon özellikleri yataklanma şekli ve düzlemi ile laminasyon yüzeyine gelen asal gerilmelere bağlıdır. Bu yan kayaçlardan kumtaşı ve silttaşı ince tabakalar halinde anizotropik elastik deformasyon davranışı göstermektedir. Bu davranış şeklinin tahmin edilebilmesi amacıyla kayaçlar homojen, izotrop bir malzeme gibi kabul edilmiş ve mekanik büyüklükleri arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde belirlenmiştir.



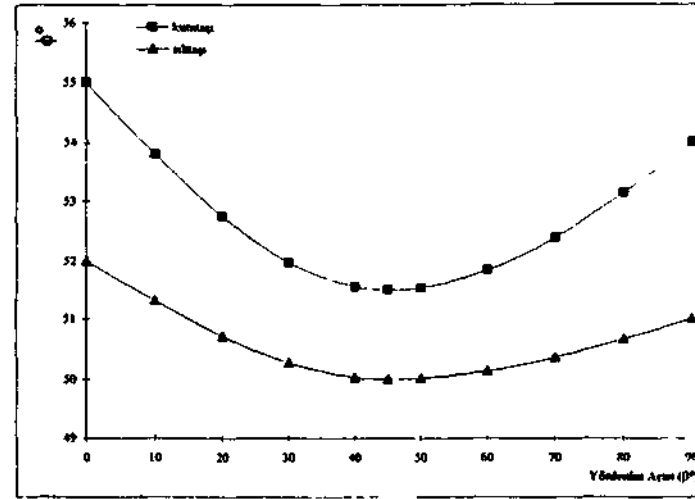
Şekil 3 Farklı laminasyon düzlemlerinde kurmaşı örneklerine yerline teorilerinin uygulanması



Şekil 4 Farklı laminasyon düzlemlerinde siltışı örneklerine yerline teorilerinin uygulanması

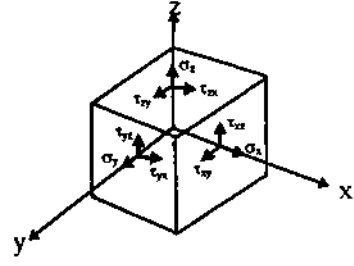


Şekil 5 Laminasyona karşı kohzyon değişimi



Şekil 6 Laminasyona karşı içsel sürünme açısının değişimi

$$\begin{pmatrix} \epsilon_z \\ \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_z} & -\frac{\nu_{xz}}{E_z} & -\frac{\nu_{yz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{xz}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & -\frac{\nu_{yz}}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{yz}}{E_z} & -\frac{\nu_{yz}}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xz}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{xy}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_z \\ \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{zx} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}$$



$E_z, e_x, e_y = z, x$  ve  $y$  yönündeki birim boy kısalması,  
 $Y_z, Y_x, Y_y = zx, zy$  ve  $xy$  düzlemlerindeki açılma değişim,  
 $E_{xz} = yz$  düzlemindeki izotropik elastisite modulu,  
 $E_y = y$  düzlemindeki izotropik elastisite modulu,  
 $G_{xy} = xz$  düzlemindeki izotropik makaslama modulu,  
 $G_y = y$  düzlemindeki izotropik makaslama modulu,  
 $\nu_{xz} = xz$  düzlemindeki Poisson oranı,  
 $\nu_y = y$  düzlemindeki Poisson oranı

Bu çapraz (diyagonal) izotropik analiz yöntemi ile tabakalanmaya paralel ve dik yönde farklı bir Young modülüne sahip olan tabakalı elastik bir ortam tesbit edilmiştir. Burada beş ayrı modülü ( $E^z, E_y, \nu^z, \nu_y, G_{xy}$ ) ayırt etmek gerekmektedir. Normal düzlem ile izotropik düzlem arasındaki makaslama modulu ( $G_{xy}$ ) direkt metodun kullanımı ile bulunmuş olup deneysel olarak ayırt etmek ise oldukça zordur (Chen et al, 1993). Kumtaşı ve silttaşının laboratuvar sonuçlarının teoriye uygulamasında  $E_{xz}, E_y, \nu^z$  ve  $\nu_y$  değişkenleri için 0.2 alınarak  $G_{xy}$  bir sonlu farklar sayısal gerilme çözümlemesi programı (FLAC) (Itasca, 1995) kullanılarak analiz edilmiştir. Bu kayaçlar için elde edilen değerler Çizelge 1'de verilmektedir.

## 6. SONUÇLAR

Kömür yan kayaçlarından kumtaşı ve silttaşının tek eksenli basınç dayanım davranışı anizotropi düzleminin yönüne uygulanan yüke bağlı olarak değişmektedir. Jaeger'in tek düzlemlilik teorisi ile Walsh-Brace teorisinde maksimum basınç dayanımı  $\beta=90^\circ$  ve  $\alpha=0^\circ$ 'de olup minimum basınç dayanımı ise  $\beta=68^\circ$  ve  $\alpha=22^\circ$ 'de olduğu saptanmıştır.

Değişken içsel sürtünme açısı ( $\phi$ ) ve kohezyon ( $T_0$ ) teorisi anizotropinin yonlenimi ile değişmekte ve laboratuvar verilerinin en iyi uygulandığı teoridir. Açıkça görüldüğü gibi Young modülü'nun laboratuvar verilerinden anizotropinin yonlenimine göre değiştiği tesbit edilmiştir. Kumtaşı ve silttaşı sonuçları için düzeltme faktörü olarak normal düzlem arasındaki makaslama modulu için 0.43 ve çapraz izotropinin kullanımında ( $\beta=45^\circ$ ) Young modülü için de 0.5 katsayıları alınmıştır.

Komur yan kayaçlarının dayanım ve elastik özelliklerinde anizotropinin etkisi detaylı bir şekilde çalışılmalıdır. Bu makale ile ilk olarak tabaka düzlemine paralel (0°), eğimli (45°) ve dik (90°) alınan karot örnekleri üzerinde çalışılmış ve elde edilen veriler yenilme teorilerine uygulanmıştır. Ancak, yenilme teorilerine uygulanması açısından bu veriler yetersiz olduğundan komur yan kayaçlarının tamamı için detay bir çalışmaya ihtiyaç olduğu ortaya konulmuştur. Özellikle bu kayaçlar için 0°'den 90°'ye kadar her 10°'de bir elastik davranış ve dayanıma anizotropinin etkisinin araştırılması amacı ile planlı bir çalışmanın diğer test metotları ile birlikte yapılması gerekmektedir. Bu çalışmalardan elde edilen veriler yenilme teorilerine uygulanarak komur yan kayaçlarının anizotropik dayanımları ve davranışları detaylı bir şekilde ortaya konulmalıdır.

## 7. KAYNAKLAR

- Brady, B.H.G. and Brown, E.T** (1993), *Rock Mechanics for Underground Mining*, Chapman&Hall, London, U K
- Chen, D.H., Zaman, M.M. and Kukreti, A.R.** (1993), Laboratory Testing and Constitutive Modelling of Coal including Anisotropy, *Structure and Properties of Energetic Materials* vol 48 pp 349-354
- Chenevert, M.E. and Gatlin, C.** (1965), Mechanical Anisotropics of Laminated Sedimentary Rocks *Soc. of Petroleum Eng. Journal* p 67
- Donath, F.A.** (1964), Strength Variation and Deformational Behaviour in Anisotropic Rocks. *State of Stress in the Earth's Crust*, American Elsevier Publ Comp New York, pp 281-298
- Donath, F. A.** (1972), Effects of Cohesion and Granularity on Deformational Behavior of Anisotropic Rock, *Geological Society of America Memoir*: 135 pp 95-128
- Hassani, F.P.**, (1980), *A Study of the Physical and Mechanical Properties of Rocks and Their Discontinuities Associated With Opencast Coal Mining Operations*, PhD Thesis, University of Nottingham, p 649
- Hobbs, D.W.** (1964), The Tensile Strength of Rocks *Int Jour, of Rock Mech. and Mining Sei.* vol 1(3) p 385
- Hoek, E. and Brown, E.T.** (1980), *Underground Excavations in Rocks* I M M London
- Itasca,** (1995), *Fast Lagrangian Analysis of Continua*, Itasca Consulting Group, Inc USA
- Jaeger, J.C** (1960), Shear Failure of Anisotropic Rocks *Geologic Magazine*, vol 97 65-72
- Jaeger, J.C. and Cook, N.G.W** (1979), *Fundamental of Rock Mechanics* Chapman&Hall, London, Third edition
- McClintock, F.A. and Walsh, J.B.** (1963), Friction on Griffith Cracks in Rocks under Pressure *Proc. 4th U.S. National Cong. of Applied Mechanics*, pp 1015-1021
- McLamore, R. and Gray, K.E** (1967), The mechanical behaviour of Anisotropic Sedimentary Rocks *American Society of Mechanics Engineers Trans B Series*, pp 62-76
- Walsh, J.B. and Brace, W.F** (1964), A Fracture Criterion for Brittle Anisotropic Rocks *Journal of Geophysics Research*, vol 69(16) 3449
- Yaşar, E. (1995), *The Properties and Classification of Anisotropic Rocks*. PhD Thesis, University of Nottingham, p 261